



**Titre:** Une approche 3D pour la paramétrisation de pales de  
Title: turbosoufflantes transsoniques

**Auteur:** Alexandre Lupien  
Author:

**Date:** 2011

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Lupien, A. (2011). Une approche 3D pour la paramétrisation de pales de  
Citation: turbosoufflantes transsoniques [Master's thesis, École Polytechnique de  
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/676/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/676/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Jean-Yves Trépanier  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

UNE APPROCHE 3D POUR LA PARAMÉTRISATION DE PALES DE  
TURBOSOUFFLANTES TRANSSONIQUES

ALEXANDRE LUPIEN  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
SEPTEMBRE 2011

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

UNE APPROCHE 3D POUR LA PARAMÉTRISATION DE PALES DE  
TURBOSOUFFLANTES TRANSSONIQUES

présenté par : LUPIEN, Alexandre

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès Sciences Appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. VO, Huu Duc, Ph.D., président

M. TRÉPANIÉ, Jean-Yves, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. GUIBAULT, François, Ph.D., membre

*À mes parents, mes frères, ma petite sœur Julie et tous mes amis.*



## REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de recherche, Pr Jean-Yves Trépanier qui a su m'encourager et m'orienter brillamment tout au cours de la réalisation de ce projet de maîtrise. Je tiens à souligner sa grande écoute et ses conseils avisés qui m'ont permis de mener à terme ce mémoire et lui souhaite beaucoup de succès et d'accomplissement avec sa nouvelle chaire de recherche sur l'intégration du design pour l'efficacité des avions (IDEA) dont j'ai eu la chance de faire partie.

Je tiens aussi à souligner l'aide précieuse de Christophe Tribes et Eddy Petro, associés de recherche, qui m'ont fourni des commentaires plus que constructifs dans la réalisation de ce projet. Leur très grande disponibilité, leur ouverture d'esprit et leur sens critique ont grandement agrémenté la tâche de ce travail.

D'autre part, je tiens à souligner l'appui des partenaires de ce projet soient Pratt&Whitney Canada et le Conseil de Recherches En Sciences Naturelles et Génie du Canada (CRSNG). Chez ce premier, je tiens à remercier Jason Nichols, Hung Yu et Peter Townsend pour leur grande ouverture au projet et pour la précieuse information fournie. Par ailleurs, je tiens à remercier le CRSNG pour l'appui financier qu'ils m'ont fourni durant cette portion de mes études.

Aussi, je tiens à remercier tous les étudiants, étudiantes et stagiaires de la chaire de recherche IDEA pour leur camaraderie avec un merci spécial à Benoit Malouin et Sébastien Leclaire pour leur écoute et leurs conseils précieux.

Finalement, je tiens sincèrement à remercier mes parents pour leur confiance en moi et leur soutien inconditionnel. Cette aide inestimable et incomparable m'a tout simplement permis de devenir qui je suis. Un hommage à mes frères et sœur, Charles pour son rationalisme, Louis pour son sens artistique infini et ma petite Julie pour tout ce qu'elle est. Finalement, un grand salut à tous mes amis et amies qui se sont occupés de me faire oublier à tous coups le contenu de ce mémoire.

## RÉSUMÉ

La nécessité d'améliorer l'efficacité de la propulsion des turbosoufflantes modernes et l'augmentation rapide de la taille des soufflantes ont poussé les ingénieurs à concevoir cette composante de plus en plus précisément. En ce sens, l'approche utilisée jusqu'à ce jour dans l'industrie pour la conception de la géométrie des pales de la soufflante qui consiste à la paramétrisation 2D d'une série de sections distribuées dans la direction de l'envergure a atteint certaines limites. Le travail présenté dans ce mémoire tente d'améliorer cette approche en fournissant un contrôle tridimensionnel sur la géométrie.

L'approche proposée pour la paramétrisation de pales de soufflantes présentée dans ce travail conserve les aspects principaux de la paramétrisation présentement utilisée et l'enrichit en lui ajoutant un contrôle et une continuité dans la direction de l'envergure. Ceci est accompli en remplaçant les divers paramètres contrôlant la géométrie des sections 2D par des *splines* qui décrivent l'évolution de ces paramètres dans cette même direction. Cette méthode permet donc d'avoir une continuité des paramètres de sections en sections et de contrôler plus efficacement les changements de la géométrie le long de l'envergure.

Les différents aspects techniques de la paramétrisation actuelle et de l'approche proposée sont présentés dans ce mémoire. De plus, le passage entre la paramétrisation et la géométrie finale de la pale de la soufflante est aussi démontré.

Un module de modification multi-niveau a aussi été développé afin de faciliter la modification d'une géométrie existante. Ce module est basé sur l'utilisation d'une fonction d'influence qui permet de modifier les distributions de paramètres de manière locale ou globale.

Une validation de l'approche proposée est présentée par la reconstruction de la pale du rotor 67 de la NASA à partir de la nouvelle paramétrisation. La pale reconstruite est alors comparée à la pale de référence fournie par les travaux de Strazisar et al. [1]. Cette comparaison est faite tant au niveau de la qualité de la géométrie obtenue que des performances aérodynamiques. Géométriquement, la différence maximale entre les deux pales est de 0.108% relativement à la corde méridionale. Au point de vue des performances aérodynamiques, l'efficacité est conservée à 0.16% et le rapport de pression totale à 0.07%. De plus, les tendances générales du comportement de l'écoulement se comparent bien aux données expérimentales.

Finalement, le module de modification multi-niveau est vérifié par la modification de la géométrie de la pale du rotor 67 de la NASA au niveau de l'épaisseur, de la distribution d'angle et de la longueur de la corde méridionale, et ce d'un point de vue local et global.

## ABSTRACT

The need to improve the efficiency of modern turbofan propulsion and the rapid increase of the fan diameter over the years have driven engineers to design this component more precisely. In fact, the fan blade geometry design approach used until today in the industry that consists of stacking 2D airfoils along the span has reached its limits. The work presented in this paper attempts to improve this approach by providing a three-dimensional control on the geometry.

The proposed approach for fan blades parameterization presented in this work preserve the main aspects of the parameterization currently used and improve it by adding a control and continuity in the spanwise direction. This is accomplished by replacing the various parameters controlling each 2D section by splines that describe the evolution of the parameters in this same direction. This method ensure a continuity of the parameters from section to section and enhance the control of the geometry along the span.

The various technical aspects of the current parameterization and the proposed approach are presented in this paper. In addition, the bridge between the parameterization and the final blade geometry is also shown.

A multi-level modification module has also been developed to facilitate the modification of an existing geometry. This module is based on an influence function that allows the modification of parameter distributions in a local or global way.

A validation of the proposed approach is presented by the reconstruction of the NASA rotor 67 with the new parameterization. The rebuilt blade is then compared to the reference blade provided by the work of Strazisar et al. [1]. This comparison is made both in the quality of the resulting geometry as aerodynamic performance. Geometrically, the maximum difference between the two blades is 0.108% with respect to the meridional chord. In terms of aerodynamic performance, efficiency is maintained to 0.16% and the total pressure ratio to 0.07%. In addition, the general tendency of the behavior of the flow compare well with experimental data.

Finally, the multi-level modification module is verified by changing the thickness, the angle distribution and the length of the meridional chord of the geometry of the NASA rotor 67 blade in a local and global manner.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iii
REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	v
ABSTRACT . . . . .	vi
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	ix
LISTE DES FIGURES . . . . .	x
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xiv
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xv
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Contexte et problématique . . . . .	1
1.2 Objectifs de recherche . . . . .	2
1.3 Plan du mémoire . . . . .	3
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	5
2.1 Paramétrisation de pales . . . . .	5
2.2 Modélisation et manipulation de courbes et surfaces . . . . .	9
2.3 Logiciels existants . . . . .	11
2.4 Conclusions et organisation du mémoire . . . . .	12
CHAPITRE 3 PARAMÉTRISATION DE LA PALE . . . . .	14
3.1 Paramétrisation courante . . . . .	14
3.1.1 Paramétrisation des sections . . . . .	15
3.2 Approche 3D proposée . . . . .	21
3.2.1 Motivation . . . . .	21
3.2.2 Principe . . . . .	23
3.2.3 Définition de la spline . . . . .	24

3.3	Création de la géométrie . . . . .	26
3.3.1	Systèmes de coordonnées . . . . .	30
3.3.2	Création des sections 2D . . . . .	32
3.3.3	Création de la géométrie 3D . . . . .	37
CHAPITRE 4	MODIFICATION DE LA GÉOMÉTRIE . . . . .	38
4.1	Module multi-niveau . . . . .	39
CHAPITRE 5	RÉSULTATS . . . . .	44
5.1	Rotor 67 . . . . .	44
5.1.1	Géométrie de référence . . . . .	44
5.1.2	Préparation des variables pour l'approche proposée . . . . .	46
5.1.3	Application de la paramétrisation proposée . . . . .	55
5.1.4	Optimisation géométrique du rotor 67 de la NASA . . . . .	61
5.1.5	Validation . . . . .	64
5.2	Modification du rotor 67 de la NASA . . . . .	72
5.2.1	Application des modifications . . . . .	72
5.2.2	Limites de la paramétrisation proposée . . . . .	81
CHAPITRE 6	CONCLUSION . . . . .	84
6.1	Synthèse des travaux . . . . .	84
6.2	Travaux futurs . . . . .	85
RÉFÉRENCES	. . . . .	87
ANNEXES	. . . . .	90

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Paramétrisation des sections . . . . .	22
Tableau 5.2	Comparaison de l'efficacité et du rapport de pression totale . . . . .	68
Tableau A.1	NASA Rotor 67 - Section 1 . . . . .	91
Tableau A.2	NASA Rotor 67 - Section 2 . . . . .	92
Tableau A.3	NASA Rotor 67 - Section 3 . . . . .	93
Tableau A.4	NASA Rotor 67 - Section 4 . . . . .	94
Tableau A.5	NASA Rotor 67 - Section 5 . . . . .	95
Tableau A.6	NASA Rotor 67 - Section 6 . . . . .	96
Tableau A.7	NASA Rotor 67 - Section 7 . . . . .	97
Tableau A.8	NASA Rotor 67 - Section 8 . . . . .	98
Tableau A.9	NASA Rotor 67 - Section 9 . . . . .	99
Tableau A.10	NASA Rotor 67 - Section 10 . . . . .	100
Tableau A.11	NASA Rotor 67 - Section 11 . . . . .	101
Tableau A.12	NASA Rotor 67 - Section 12 . . . . .	102
Tableau A.13	NASA Rotor 67 - Section 13 . . . . .	103
Tableau A.14	NASA Rotor 67 - Section 14 . . . . .	104

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Moteur PW800 de <i>Pratt &amp; Whitney Canada</i> . Source : <i>pwc.ca</i> . . . . .	1
Figure 2.1	Paramétrisation section-par-section et surface de révolution de la section 1 (moyeu). . . . .	7
Figure 2.2	Définition des différents segments des sections de la pale . . . . .	8
Figure 3.1	Pale composées de 14 profils 2D positionnés le long de l'envergure . . .	14
Figure 3.2	Surface de révolution basée sur les lignes de courants . . . . .	15
Figure 3.3	Définition de la corde méridionale de chaque section . . . . .	16
Figure 3.4	Définition de l'extrados et de l'intrados de chaque section . . . . .	17
Figure 3.5	Gauche : Distributions d'angle- $\beta$ et de la dérivée (courbure)   Droite : Distributions d'épaisseur et de la dérivée . . . . .	18
Figure 3.6	Convergence de $pcm$ vers la valeur imposée pour les points de contrôle ( $pcm_{CP}$ ) . . . . .	19
Figure 3.7	Positionnement des sections dans la direction $\theta$ . . . . .	21
Figure 3.8	Distribution de l'angle- $\beta$ de la pale au bord d'attaque du rotor 67 de la NASA [1] . . . . .	23
Figure 3.9	Représentation de la distribution de l'angle- $\beta$ de la pale au bord d'attaque du rotor 67 de la NASA par une spline construite avec sept (7) points de contrôle . . . . .	24
Figure 3.10	Position initiale des $n$ points de contrôle ( $CP$ ) et zone de contrainte du point ( $pe_i; P_i$ ). . . . .	26
Figure 3.11	Étapes de la création de la géométrie de la pale . . . . .	27
Figure 3.12	Définition du bord d'attaque et du bord de fuite de la pale dans la direction méridionale . . . . .	28
Figure 3.13	Distributions des paramètres $pcm$ et $\beta$ . . . . .	29
Figure 3.14	Courbes 3D combinant les distributions de $pcm$ et de $\beta$ . . . . .	29
Figure 3.15	Distribution de l'angle- $\beta$ dans la direction axiale et dans la direction de l'envergure. . . . .	30
Figure 3.16	Distribution de l'épaisseur ( $Tb$ ) dans la direction axiale et dans la direction de l'envergure. . . . .	31
Figure 3.17	Espaces 2D de coordonnées. (Gauche) $m'-\theta$ ; (Droite) $m-R\theta$ . . . . .	32
Figure 3.18	Application de l'épaisseur perpendiculairement à la ligne de cambrure. . . . .	34
Figure 3.19	Bord d'attaque de la section clos par un arc de cercle . . . . .	35
Figure 3.20	Courbe de décallage . . . . .	36

Figure 3.21	Création de la géométrie 3D dans l'interface CAD . . . . .	37
Figure 4.1	Comparaison entre une distribution avec peu et beaucoup de points de contrôle. . . . .	38
Figure 4.2	Distribution de l'épaisseur ( $Tb$ ) au bord d'attaque de la pale dans la direction de l'envergure. . . . .	39
Figure 4.3	Trois façons différentes de rencontrer la requête d'une augmentation d'épaisseur de 0.1mm à 30% de l'envergure pour la distribution de l'épaisseur au bord d'attaque de la pale. . . . .	40
Figure 4.4	Courbe d'influence pour une modification à 30% de l'envergure. $\mu = 0.3$ ; $\sigma = 0.1$ . . . . .	41
Figure 4.5	Influence du paramètre $\sigma$ sur la distribution de la courbe d'influence. .	42
Figure 4.6	Application de la modification de 0.1mm à 30% de l'envergure. $\mu = 0.3$ ; $\sigma = 0.1$ . . . . .	43
Figure 4.7	Schéma d'optimisation pour le module de modification multi-niveau . .	43
Figure 5.1	Soufflante du Rotor 67 de la NASA. . . . .	45
Figure 5.2	Utilisation du premier point de la distribution des points des sections fournies par Strazisar et al. . . . .	46
Figure 5.3	Définition de la corde méridionale de l'extrados de chaque section . . .	47
Figure 5.4	Position du bord d'attaque et du bord de fuite de la pale dans l'espace $R-x$ . . . . .	48
Figure 5.5	Distribution d'angle- $\beta$ de l'extrados des quatorze (14) sections du rotor 67 de la NASA (tirés des travaux de Strazisar et al.) . . . . .	49
Figure 5.6	Distribution calculée approximant la distribution d'angle- $\beta$ d'une section du rotor 67 de la NASA fournie par les travaux de Strazisar et al. . . . .	50
Figure 5.7	Résultat d'optimisation de la représentation des courbes de distribution de $\beta$ (Optimiseur libre de section en section). . . . .	51
Figure 5.8	Résultat d'optimisation de la représentation des courbes de distribution de $\beta$ (Optimiseur restreint de section en section). . . . .	52
Figure 5.9	Distribution calculée approximant la distribution d'épaisseur d'une section du rotor 67 de la NASA fournie par les travaux de Strazisar et al. .	53
Figure 5.10	Résultat d'optimisation de la représentation des courbes de distribution d'épaisseur . . . . .	54
Figure 5.11	Position du centroïde des quatorze (14) sections de la pale de référence (Strazisar et al.) . . . . .	55



Figure 5.12	Application de la paramétrisation proposée sur la variable $AX$ (Position et longueur de la corde méridionale). . . . .	56
Figure 5.13	Application de la paramétrisation proposée sur la variable $pcm$ . . . . .	56
Figure 5.14	Application de la paramétrisation proposée sur la variable $\beta$ . . . . .	57
Figure 5.15	Application de la paramétrisation proposée sur la variable $d\beta/ds$ (Courbe 1 - bord d'attaque). . . . .	57
Figure 5.16	Application de la paramétrisation proposée sur la variable $d\beta/ds$ (Courbe 2 et 3 - point médian).. . . . .	58
Figure 5.17	Application de la paramétrisation proposée sur la variable $d\beta/ds$ (Courbe 4 - bord de fuite). . . . .	58
Figure 5.18	Application de la paramétrisation proposée sur la variable $ps$ . . . . .	59
Figure 5.19	Application de la paramétrisation proposée sur la variable $Tb$ . . . . .	59
Figure 5.20	Application de la paramétrisation proposée sur la variable $dTb/ds$ . . . . .	60
Figure 5.21	Application de la paramétrisation proposée sur la variable $\theta_{Shft}$ (Décalage des sections dans la direction $\theta$ ). . . . .	60
Figure 5.22	Calcul de la distance minimale entre la géométrie de référence et la géométrie construite à partir de la paramétrisation proposée . . . . .	61
Figure 5.23	Évolution de la métrique de référence au cours des itérations. . . . .	62
Figure 5.24	Différence entre la pale de référence ( $R67_{ref}$ ) et la pale construite à partir de la paramétrisation proposée ( $R67_{idea\_avant\_opt}$ ) avant l'optimisation géométrique . . . . .	63
Figure 5.25	Différence entre la pale de référence ( $R67_{ref}$ ) et la pale construite à partir de la paramétrisation proposée ( $R67_{idea}$ ) après l'optimisation géométrique . . . . .	63
Figure 5.26	Géométrie 3D des pales $R67_{ref}$ et $R67_{idea}$ . . . . .	65
Figure 5.27	Décalage maximal (0.101mm) entre les surfaces de l'intrados des pales $R67_{ref}$ et $R67_{idea}$ . . . . .	66
Figure 5.28	Courbure de Gauss de l'extrados des pales $R67_{ref}$ et $R67_{idea}$ . . . . .	67
Figure 5.29	Courbure de Gauss de l'intrados des pales $R67_{ref}$ et $R67_{idea}$ . . . . .	67
Figure 5.30	Maillage TurboGrid de 1.14 millions d'éléments pour les pales $R67_{ref}$ et $R67_{idea}$ . . . . .	68
Figure 5.31	Comparaison entre les résultats expérimentaux du rotor 67 de la NASA et la pale de référence $R67_{ref}$ construite à partir des données de Strazisar et al. . . . .	69

Figure 5.32	Comparaison des contours de Mach ( <i>near peak efficiency</i> ) entre les résultats expérimentaux du rotor 67 de la NASA [1] et les pales <i>R67_ref</i> et <i>R67_idea</i> . . . . .	70
Figure 5.33	Comparaison des contours de pression des pales <i>R67_ref</i> et <i>R67_idea</i> .	71
Figure 5.34	Influence de la modification (globale et locale) sur la distribution des points de contrôle de la spline du paramètre d'épaisseur maximale. . . .	73
Figure 5.35	Comparaison des sections pour une modification de l'épaisseur maximale d'un point de vue global (haut) et local (bas). . . . .	74
Figure 5.36	Comparaison de l'influence de la modification d'épaisseur sur la géométrie 3D de la pale. . . . .	75
Figure 5.37	Influence de la modification (globale et locale) sur la distribution des points de contrôle de la spline du paramètre d'angle- $\beta$ au bord de fuite	76
Figure 5.38	Comparaison des sections pour une modification des angles- $\beta$ au bord de fuite d'un point de vue global (haut) et local (bas). . . . .	77
Figure 5.39	Influence de la modification (globale et locale) sur la distribution des points de contrôle de la spline du paramètre $AX$ contrôlant la dimension de la pale dans le plan $RX$ . . . . .	78
Figure 5.40	Comparaison des sections pour une modification de la corde méridionale d'un point de vue global (haut) et local (bas). . . . .	79
Figure 5.41	Vue méridionale des pales dont la corde méridionale a été modifiée d'un point de vue global (gauche) et local (droite). . . . .	80
Figure 5.42	Lorsque que les courbes qui définissant la corde méridionale ne coupent pas les courbes qui sont utilisées pour créer les surfaces de révolution, la géométrie ne peut être construite. . . . .	82
Figure 5.43	Lorsque que les courbes qui définissant la position des paramètres dans la direction axiale entrent en conflit, la géométrie ne peut être construite.	82
Figure 5.44	Pale ayant subi des modifications radicales à partir de la paramétrisation initiale du rotor 67 de la NASA . . . . .	83

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A	Coordonnées des points de la pale de Strazisar [1] . . . . .	90
----------	--	----

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$AX$	Paramètre déterminant la longueur et la position de la corde méridionale dans la direction méridionale
$BND$	Bornes d'optimisation de la position des points de contrôle d'une distribution d'un paramètre
$cm$	Longueur de la corde méridionale
$CP$	Points de contrôle d'une distribution d'un paramètre
$DATA$	Paramètres provenant d'une paramétrisation section-par-section
$Infl$	Fonction d'influence basée sur une courbe de Gauss
$m$	Direction méridionale
$m'$	Direction méridionale de l'espace qui préserve les angles
$pcm$	Pourcentage de la corde méridionale
$pe$	Pourcentage de l'envergure
$ps$	Pourcentage de la longueur d'arc de l'extrados
$R$	Direction radiale
$R67\_idea$	Pale du rotor 67 de la NASA créée à partir de la paramétrisation proposée
$R67\_ref$	Pale du rotor 67 de la NASA créée à partir des données des travaux de Strazisar et al. [1]
$s$	Longueur d'arc de l'extrados
$Tb$	Épaisseur perpendiculaire à la ligne de cambrure
$dTb/ds$	Dérivée par rapport à $s$ de la distribution d'épaisseur
$u$	Vecteur unitaire
$u_S$	Vecteur unitaire associé à l'extrados
$u_P$	Vecteur unitaire associé à l'intrados
$u_{LE}$	Vecteur unitaire associé au bord d'attaque
$u_{TE}$	Vecteur unitaire associé au bord de fuite
$x$	Direction axiale
$\beta$	Angle entre la tangente de l'arc de l'extrados et la direction méridionale ( $m$ )
$d\beta/ds$	Dérivée par rapport à $s$ de la distribution d'angle- $\beta$
$\mu$	Position dans la direction de l'envergure de la modification requise (fonction d'influence $Infl$ )

$\sigma$	Étendue de la plage sur laquelle une modification aura une influence (fonction d'influence <i>Infl</i> )
$\theta$	Direction tangentielle
$\theta_{Shft}$	Décalage de la section dans la direction $\theta$
$\theta_{Cent}$	Position du centroïde de chaque section dans la direction $\theta$

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

#### 1.1 Contexe et problématique

Les turbosoufflantes modernes se caractérisent par de grands diamètres de soufflante et de hauts taux de dilution principalement dans le but d'améliorer l'efficacité de la propulsion et la réduction potentielle du bruit. Par contre, l'accroissement du diamètre de la soufflante amène plusieurs défis dont une augmentation des problèmes reliés aux interactions fluide-structure (FSI). Conséquemment, les géométries des pales de soufflantes transsoniques ont évoluées vers des formes très complexes au cours des dernières années. En ce sens, la représentation de ces géométries complexes nécessite un nombre élevé de paramètres résultant en un espace de design très étendu. La figure suivante illustre une turbosoufflante moderne. Dans ce cas-ci, il s'agit du moteur *PW800* de *Pratt & Whitney Canada*.



Figure 1.1 Moteur PW800 de *Pratt & Whitney Canada*. Source : *pwc.ca*

La paramétrisation couramment utilisée dans la conception de pales de soufflantes requiert la paramétrisation d'une série de sections 2D distribuées dans la direction radiale de la pale. Afin d'avoir un contrôle de plus en plus précis sur la géométrie, le nombre de sections requises pour la définition complète de la pale a été augmenté par les ingénieurs dans les dernières années (Cette constatation nous a été reportée lors de discussions avec les ingénieurs de Pratt&Whitney Canada) . Pareillement, le nombre de paramètres requis pour la définition des sections 2D a aussi augmenté avec la nécessité de contrôler encore plus précisément l'écoulement à travers la soufflante. Ces deux phénomènes ont entraîné une augmentation importante du nombre de paramètres requis à la définition complète de la pale.

Bien que cette paramétrisation soit très précise et permette un contrôle précis de la géométrie, celle-ci a amené un problème au niveau de la qualité des surfaces de la pale. En effet, en contrôlant un nombre élevé de sections 2D distribuées dans la direction radiale, la géométrie résultante peut rapidement devenir irrégulière ou présenter des discontinuités non souhaitables. Étant donné que chaque section est paramétrée et positionnée indépendamment des autres sections et, plus spécifiquement, des sections voisines, il n'y a aucune continuité des paramètres dans la direction de l'envergure de la pale. Cette observation n'est pas problématique lorsque le nombre de sections qui définissent la géométrie reste bas. Mais maintenant que le nombre de sections et de paramètres a grandement augmenté, obtenir des surfaces lisses et régulières devient beaucoup plus complexe et plus long. Et ceci peut être primordial, car même si la pale résultante répond à tous les critères d'analyse, une géométrie irrégulière peut être difficilement usinable ou tout simplement ne pas plaire au client étant donné que la soufflante est pratiquement la seule composante du moteur visible de l'extérieur.

Finalement, étant donné les interactions fluide-structure importantes, plusieurs départements sont concernés dans le développement et la conception de cette composante [2]. En effet, en plus du département d'aérodynamique, les départements de structure, dynamique et design sont aussi étroitement impliqués dans la définition de la géométrie. Conséquemment, chaque département a des contraintes géométriques différentes et nécessite une définition différente de la géométrie. En ce sens, la paramétrisation présentement utilisée peut être très efficace pour certains départements qui nécessitent un contrôle très précis sur la géométrie de la pale. Mais les départements qui requièrent un contrôle plus global sur la géométrie doivent modifier plusieurs sections pour obtenir le changement requis.

Conséquemment, la paramétrisation section-par-section présentement utilisée qui consiste à positionner une série de sections 2D dans la direction de l'envergure de la pale a atteint certaines limites. Ce mémoire tentera de résoudre les problèmes liés à cette paramétrisation en proposant une nouvelle approche pour la paramétrisation des pales de turbosoufflantes transsoniques.

## 1.2 Objectifs de recherche

Comme relevé ci-haut, la paramétrisation courante présente principalement trois (3) problèmes reliés à l'accroissement de la complexité de la géométrie des pales de turbosoufflantes transsoniques.

- Tout d'abord, le nombre total de paramètres nécessaires à la définition de la géométrie complète de la pale n'a cessé d'augmenter au cours des dernières années et est en relation directe avec le nombre de sections qui définissent la géométrie.

- Ensuite, étant donné l’indépendance des sections dans la direction de l’envergure, il y a absence de continuité des paramètres et de la géométrie dans cette même direction.
- Finalement, étant donné que chaque section doit être paramétrée individuellement, il est difficile d’appliquer des modifications globales à la géométrie.

L’approche développée dans le cadre de ce mémoire tentera de résoudre le plus efficacement ces trois (3) problèmes en proposant une nouvelle approche pour la paramétrisation de ces géométries. L’approche proposée utilise la même définition de base de la géométrie en utilisant les mêmes paramètres que la paramétrisation courante, mais assure un nombre de paramètres bas et indépendant du nombre de sections. De plus, la paramétrisation proposée s’éloigne de la paramétrisation courante essentiellement bidimensionnelle en ajoutant une troisième dimension dans la définition des paramètres afin de bénéficier d’une continuité des paramètres dans la direction de l’envergure.

Explicitement, les objectifs de ce projet consistent à :

- Étudier une nouvelle approche pour la paramétrisation des pales de turbosoufflantes transsoniques.
- Développer un outil qui permettra la conception et la modification des pales.
- Valider que l’outil et l’approche proposée puisse reproduire des pales existantes.

### 1.3 Plan du mémoire

Le mémoire sera divisé de cette façon :

Tout d’abord, le chapitre 2 présentera une revue de la littérature sur les différents thèmes reliés au sujet de ce mémoire. Il sera traité des différentes techniques liées à la paramétrisation de pales d’éléments de turbomachines (soufflante, compresseur, turbines), des différentes sources d’informations pour la modélisation et la manipulation de courbes et surfaces et finalement des différents logiciels et solutions présentement disponibles qui permettent la paramétrisation et la conception de pales d’éléments de turbomachines.

Le chapitre 3 présentera d’abord une étude approfondie de la paramétrisation courante et des différents concepts liés à celle-ci. Ensuite, les différentes caractéristiques de l’approche proposée seront décrites. Enfin, tous les détails concernant la définition géométrique de la pale à partir de la paramétrisation seront montrés dans la dernière section de ce chapitre.

Ensuite, le chapitre suivant présentera la technique de modification de la pale en présentant un module qui permet la modification de la géométrie d’un point de vue local et global.

Enfin, le dernier chapitre vérifiera l’utilisation de l’approche proposée pour la paramétri-



sation de pales de turbosoufflante par la reconstruction et la modification de la pale du rotor 67 de la NASA. Il sera validé que la paramétrisation proposée puisse représenter efficacement le rotor de référence en comparant à la fois leur géométrie et leur efficacité aérodynamique.

Une conclusion résumera les points importants de l'approche proposée en mettant en évidence les avantages de celle-ci et ses limitations.

## CHAPITRE 2

### REVUE DE LITTÉRATURE

Ce chapitre présentera les différents travaux qui ont été effectués dans le passé sur les thèmes reliés au sujet de ce mémoire. Il faut noter que seulement les travaux les plus pertinents sont présentés étant donné l'étendue des recherches qui ont été effectuées dans le domaine. Ce chapitre est divisé en trois sections principales. La première section présentera différentes techniques de paramétrisation de pales de compresseurs et de turbines. La section suivante présentera les différentes techniques de modélisation et de manipulation de courbes et de surfaces. Finalement, la dernière section dressera un bref aperçu des différents logiciels disponibles qui permettent la conception et l'analyse des pales de turbomoteurs.

#### 2.1 Paramétrisation de pales

Bien que plusieurs auteurs aient traité de la paramétrisation de pales de turbine ou de compresseur dans plusieurs travaux d'optimisation automatisée et d'optimisation multidisciplinaire, très peu en ont fait leur sujet principal. Toutefois, plusieurs auteurs ont noté l'importance capitale de la paramétrisation dans le processus d'optimisation. Parmi plusieurs, citons Chen et al. [3] et Idahosa et al. [4] respectivement :

*“Blade parameterization is an important tool in the blade optimization process”*

*“A critical step in the automated design optimization procedure was the selection of an efficient way to parametrically describe the blade geometry.”*

De plus, tel que mentionné par Gräsel et al. [5], à l'intérieur d'un processus d'optimisation, la paramétrisation d'une pale doit être flexible afin de représenter une grande variété de géométries, mais doit conserver un nombre de paramètres bas afin de ne pas augmenter inutilement la dimension du problème d'optimisation. Cette requête devient de plus en plus difficile à satisfaire étant donné la complexité croissante des géométries des pales de turbosoufflante. Par contre, étant donné les pratiques de conception beaucoup plus axées sur l'optimisation automatique et sur l'optimisation multidisciplinaire, il est nécessaire de prendre en considération ce facteur qui avait été laissé de côté au cours des dernières années.

Historiquement, étant donné les capacités limitées de la puissance de calcul, la conception de pales de turbosoufflante était basée essentiellement sur des analyses quasi-3D de sections 2D distribuées de façon radiale sur des *stream surfaces*. Ces surfaces sont des surfaces de

révolution créées autour de l'axe du moteur basées sur les lignes de courant de l'écoulement. Ce type de paramétrisation a l'avantage de permettre un contrôle efficace des caractéristiques de l'écoulement le long des lignes de courant. Cette méthode est encore utilisée aujourd'hui étant donné les connaissances qui ont été développées et la facilité des ingénieurs à travailler avec ce type de paramétrisation. Par contre, considérant la complexité de la géométrie des nouvelles pales de soufflante, le nombre de sections requises pour représenter efficacement la géométrie complète de la pale a significativement augmenté comme discuté avec les ingénieurs chez Pratt&Whitney Canada. Conséquemment, une révision de cette méthode est requise.

Comme il a été mentionné précédemment, la méthode largement utilisée dans la littérature pour la paramétrisation de pales de soufflante, compresseur ou turbine est basée sur des profils 2D distribués de façon radiale sur des surfaces de révolution construites sur les lignes de courant. Ces sections sont ensuite positionnées dans la direction  $x$  et dans la direction  $\theta$  pour former la représentation 3D de la pale. Ceci est montré dans la Fig. 2.1. Cette méthode a été observée dans les travaux de plusieurs auteurs [3,5–17]. En revanche, ce qui différencie principalement leurs méthodes en terme de paramétrisation provient de la façon dont chaque profil 2D est paramétré.

Dans les travaux de Oyama et al. [14], Miller et al. [15], Büche et al. [9], Anders et al. [16] et Gräsel et al. [5], les sections 2D sont paramétrées en utilisant des B-Splines ou des courbes de Bézier. Cette paramétrisation offre une grande flexibilité sur la géométrie de la section avec un nombre réduit de points de contrôle. Les deux premiers auteurs dans la liste ci-dessus utilisent des B-Splines pour paramétrer la ligne de cambrure et la distribution d'épaisseur des différentes sections. Les quatre autres auteurs utilisent des B-Splines ou des courbes de Bézier pour représenter l'extrados et l'intrados de la section tout comme les arcs qui forment les bord d'attaque et bord de fuite. La Fig. 2.2 illustre les différentes portions d'un profil 2D.

Chen et al. [3,10–12] et Dornberger et al. [13] utilisent des polynômes à degrés élevés pour paramétrer la ligne de cambrure et la distribution d'épaisseur des sections 2D. Ces équations polynomiales sont contraintes par des paramètres ingénieurs tels que les angles de la pale, la longueur de la corde ou la position de l'épaisseur maximale. Ces polynômes sont aussi utilisés pour paramétrer la distribution des sections dans la direction radiale. Du même ordre d'idée, Korakianitis et al. [6] présentent une technique de conception basée sur des segments de spline paramétrique d'ordre 4 pour former l'extrados et l'intrados de chaque section.

Finalement, Lengyel et al. [8], Durschmidt et al. [17], et Merchant et Haines [7], ne présentent pas une paramétrisation spécifique pour les sections 2D. Leur travaux sont principalement basés sur l'intégration d'une paramétrisation arbitraire dans un système intégré. Néanmoins, les fondements de la paramétrisation de la pale sont tout de même basés sur une paramétrisation section-par-section.

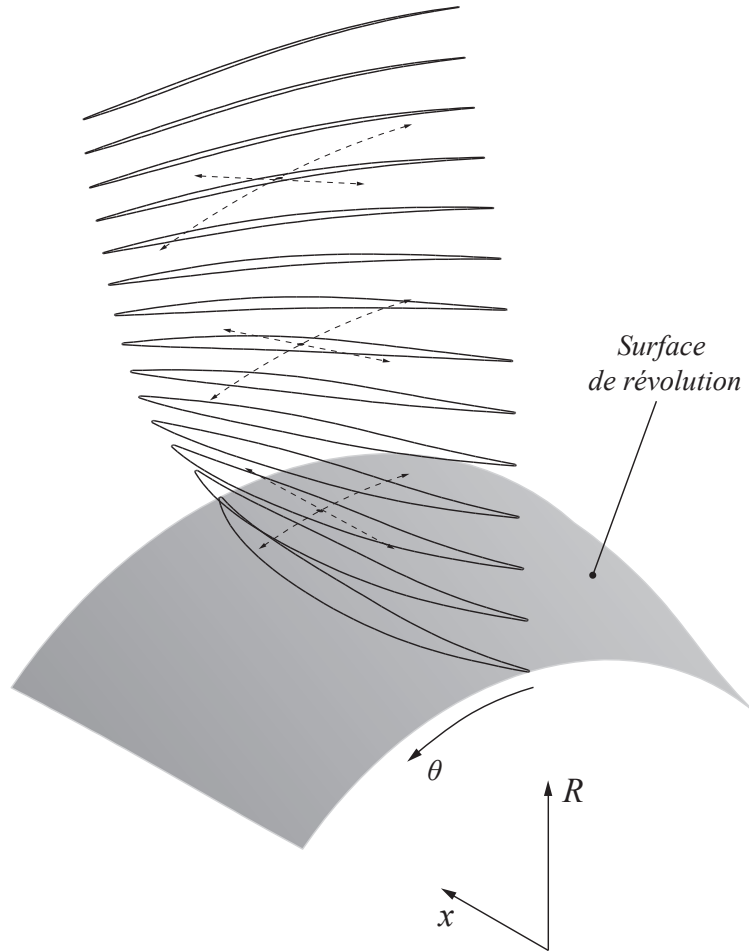


Figure 2.1 Paramétrisation section-par-section et surface de révolution de la section 1 (moyeu).

Les travaux de Abdelhamid [18] présentent une méthode bien différente des travaux des auteurs mentionnés ci-haut. La paramétrisation présentée dans ses travaux est basée sur des surfaces de Bézier 3D. Au lieu d'utiliser des sections distribuées de façon radiale le long de l'envergure de la pale (voir Fig. 2.1), Abdelhamid représente l'extrados et l'intrados de la pale par des surfaces de Bézier. Pour représenter la géométrie complète de la pale, il utilise six surfaces de Bézier jointes ensemble (une pour l'extrados, une pour l'intrados et quatre pour, à la fois, le bord d'attaque et le bord de fuite). Cette paramétrisation a le grand avantage de réduire de beaucoup le nombre total de paramètres en comparaison avec une paramétrisation section-par-section. Par contre, cette paramétrisation a le désavantage de n'avoir pratiquement aucun lien avec des paramètres ingénieurs utilisés durant dans la phase de conception préliminaire.

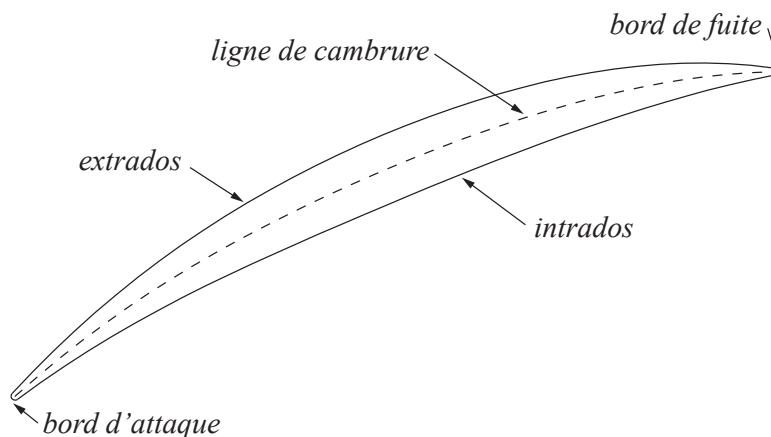


Figure 2.2 Définition des différents segments des sections de la pale

Dans le même ordre d'idée, Ferrando Lòpez [19] présente une technique similaire, à la différence qu'il utilise des surfaces NURBS afin de paramétrer un plan de cambrure et une distribution bi-dimensionnelle de l'épaisseur de la pale. Ses travaux sont appliqués à la conception de pale de turbines hydrauliques. Cette paramétrisation est très intéressante étant donné qu'elle garde un lien avec les paramètres ingénieurs telle que la cambrure et l'épaisseur de la pale. Aussi, en plus de réduire considérablement le nombre de paramètres, il y a continuité des paramètres dans la direction de l'envergure et les surfaces créées sont lisses par définition. Par contre, le point négatif de cette méthode est que la manipulation de ce genre de surfaces NURBS est peu intuitive et peut être difficile d'implantation chez des ingénieurs concepteurs habitués à travailler avec une paramétrisation section-par-section.

Finalement, même si les auteurs suivants ne présentent pas une paramétrisation spécifique pour la conception de pale de turbomachinerie, leurs réflexions sur le sujet apportent de bons points dans le contexte de ce projet. Par exemple, Fudge et al. [20] soutiennent dans leurs travaux sur le contrôle de la géométrie dans un système centrée-CAO, qu'un bon système doit paramétrer efficacement une première itération de la géométrie et offrir une série de variables flexibles pour le processus d'optimisation. En d'autres mots, les paramètres utilisés pour définir la géométrie initiale ne doivent pas nécessairement être les mêmes que ceux utilisés dans le processus d'optimisation. Cette idée est aussi soutenue par Delap et al. [21] qui déclarent que plus qu'une paramétrisation devraient être utilisée afin de répondre aux besoins des différentes disciplines. Finalement, Crawford et al. [22] appuient ce point de vue dans leurs travaux en affirmant que le principal défi dans l'optimisation multidisciplinaire reste l'intégration des différents instruments d'analyse étant donné que chaque discipline requiert une description particulière de la géométrie. Conséquemment, étant donné que cette

paramétrisation est développée en vue d'être intégrée dans une démarche d'optimisation multidisciplinaire, ces concepts devront être validés afin de vérifier si la paramétrisation choisie répond bien aux différents besoins des différentes disciplines.

En conclusion, comme il a été mentionné précédemment, la complexité des géométries des pales de soufflantes a grandement augmenté dans les dernières années. Conséquemment, la méthode qui utilise une série de profils 2D distribuée de façon radiale le long de l'envergure est devenue inefficace étant donné l'augmentation importante du nombre de sections requises pour représenter précisément la géométrie de la pale. En effet, avec un nombre élevé de sections, il devient difficile de contrôler la distribution de la géométrie dans la direction de l'envergure ce qui provoque des surfaces irrégulières et non lisses. De plus, étant donné qu'il est difficile de positionner autant de sections dans la direction axiale et tangentielle, la géométrie résultante peut facilement présenter un bord d'attaque et un bord de fuite irrégulier. Ceci peut être apparent à l'œil et non souhaitable en cours de conception considérant que la soufflante est une des seules pièces du moteur visible de l'extérieur.

## 2.2 Modélisation et manipulation de courbes et surfaces

Étant donné que la conception de pale de soufflante nécessite un contrôle précis du point de vue purement géométrique, une attention particulière a été portée sur la création, la modélisation et la modification des courbes et surfaces complexes. En effet, une bonne partie de ce projet nécessite une bonne connaissance de ce domaine et cette section couvrira trois thèmes en particulier. D'abord, les différentes techniques de modélisation de courbes et surfaces seront présentées. Ensuite, le second thème traitera de quelques techniques sur la manipulation et le contrôle de la géométrie et finalement, l'environnement CAD utilisé dans le cadre ce projet sera présenté.

Tout d'abord, notons que les connaissances sur les mathématiques des courbes et surfaces utilisées pour le projet proviennent principalement de trois sources. D'abord, le cours ECS178 *Introduction to Geometric Modeling* de l'université UC Davis a été suivi virtuellement via le services iTunesU. Ce cours de vingt-deux heures couvre les principaux aspects de la modélisation mathématique des courbes et surfaces les plus couramment utilisées. Ensuite, le portail web Wolfram MathWorld [23] a été utilisé pour approfondir certains aspects des connaissances dans le domaine. Plus spécifiquement, cette référence web a souvent permis de clarifier des points précis pour différents aspects du projet. Finalement, le livre *the NURBS Book* de Piegl-Tiller [24] a été utilisé pour obtenir des explications plus en profondeur sur le sujet.

Étant donné que le projet n'a pas été orienté afin de développer de nouvelles méthodes

de représentation graphique de courbes et surfaces, les connaissances dans ce domaine n'ont été utilisées que comme outil à la réalisation du projet. D'ailleurs, plusieurs librairies de MathWorks<sup>TM</sup> MATLAB<sup>®</sup> ont été utilisées telles quelles étant donné leur facilité d'utilisation et leur robustesse. Notamment, la librairie *spline* a été utilisée largement dans le cadre de ce projet. Les détails sur cette librairie et sur son utilisation seront présentés dans les prochains chapitres.

Ensuite, étant donné que ce projet s'inscrit dans un contexte d'optimisation multidisciplinaire, une attention particulière a été apportée à la modification et la manipulation de la géométrie. Comme il a été mentionné précédemment, avoir différents niveaux de contrôle (plus et moins précis) sur la géométrie de la pale peut être avantageux afin de répondre aux requêtes des différentes disciplines. En ce sens, plusieurs auteurs tels que Sarameh [25], Ronzheimer [26], Sarakinos et al. [27], Noble et Calpworth [28], Lamousin et Waggenpack [29] et Pernot et al. [30] présentent dans leurs travaux une technique appelée *free-form deformation* pour la manipulation de surfaces complexes. Cette technique consiste à inclure la géométrie complexe à déformer dans un volume de contrôle ayant une géométrie plus simple. En déformant le volume de contrôle, ces déformations sont automatiquement appliquées à la géométrie complexe. Cette technique est largement utilisée dans le domaine de l'animation par ordinateur où les géométries complexes nécessitent d'être modifiées d'un point de vue local et global (i.e. déplacer le bras d'un personnage en comparaison avec la modification de la position de ses doigts). Cette technique a donc l'avantage de pouvoir permettre un contrôle à la fois global et local sur la géométrie à déformer. De plus, très peu de points de contrôle sont nécessaires afin de modifier l'allure générale de la géométrie. Par contre, cette technique présente un manque de corrélation entre les paramètres ingénieurs de la géométrie et les contraintes géométriques des surfaces. Conséquemment, utilisée dans une démarche d'optimisation, cette technique rend les contraintes géométriques à appliquer sur le volume de contrôle difficile à définir.

Dans le même ordre d'idée, Giammichele et al. [31] ont développé une technique de modélisation multi-résolution basée sur les travaux de Elber et Gotsman [32] et Désidéri et Janka [33]. Leur technique est basée sur des courbes B-spline ayant un nombre variable de points de contrôle. En combinant les différentes modifications des différents niveaux de résolution, il est possible d'obtenir un contrôle local et global sur la géométrie. Étant donné que leurs travaux n'ont été utilisés que dans un contexte 2D, il pourrait être intéressant d'explorer si ce concept peut être facilement appliqué à des géométries tridimensionnelles.

Finalement, dans le cadre de ce projet, il a été décidé que Dassault Système<sup>®</sup> CATIA<sup>®</sup> serait la principale interface CAD utilisée. Conséquemment, une exploration du logiciel a été faite afin de vérifier ses capacités et limitations. Parmi les différents ateliers présents,

deux ateliers ont été retenus pour leurs capacités dans le domaine de la modélisation surfacique : CATIA<sup>®</sup> *generative shape design* et CATIA<sup>®</sup> *freestyle*. Ces deux ateliers offrent un bon contrôle des courbes et surfaces en offrant différents outils pour plusieurs tâches particulières. Notons que CATIA<sup>®</sup> *freestyle* est plus orienté vers une modélisation paramétrique et la modification de surfaces à l'aide de points de contrôle. De plus, cet atelier présente plusieurs outils d'analyse quantitative et qualitative des courbes et surfaces qui permettent de vérifier la qualité d'une surface. Autrement, CATIA<sup>®</sup> *generative shape design* est utilisé davantage pour la création de courbes et surface à partir de primitives.

La création de géométries directement à partir des logiciels de la suite ANSYS a aussi été étudié. Cette technique permet de contourner l'étape d'importation-exportation requise par l'utilisation d'une interface CAD externe telle que CATIA<sup>®</sup>. Dans l'optique où toutes les analyses de la pale se font à partir des logiciels de la suite ANSYS, cette méthode peut être avantageuse. Par contre, si d'autres logiciels externes doivent être utilisés, il est nécessaire de passer par une interface CAD.

### 2.3 Logiciels existants

Une attention particulière a été portée sur les logiciels qui permettent la conception paramétrique des éléments de turbomachinerie. Cette dernière section mettra l'emphase sur les logiciels et produits qui sont disponibles sur le marché ou en phase de recherche. Noter que les logiciels mentionnés ci-dessous n'ont pas tous été testés ou explorés. L'information provient d'articles ou de la documentation des manufacturiers présente sur leur site internet.

Tout d'abord, la firme ANSYS, qui développe des solutions intégrées de conception assistée par ordinateur et d'outils d'analyse, propose un logiciel pour la conception de différents éléments de turbomoteur (compresseur, turbine, soufflante, etc. ). ANSYS BladeModeler couplée aux différents autres produits de la suite d'ANSYS offre une solution intégrée qui permet la conception complète de la pale, de la conception initiale jusqu'aux analyses détaillées. De plus, leurs outils permettent aussi l'optimisation automatique de la géométrie basée sur les analyses de mécanique des fluides, de structure ou dynamique. Couplée à leur logiciel de CAO, DesignModeler, ANSYS permet aussi de modifier la géométrie et d'y ajouter des éléments de conception tels que les congés d'arête. En terme de paramétrisation et de conception, ANSYS BladeModeler utilise une paramétrisation section-par-section et offre la possibilité de modifier facilement et graphiquement les paramètres des sections tels que les angles de section, l'épaisseur, l'angle de flèche ou l'aire du col. Les sections peuvent être paramétrées selon des distributions d'angle et d'épaisseur ou en paramétrant directement l'extrados et l'intrados des sections.



ANSYS propose aussi un outil de maillage du domaine fluide appliqué aux pales de turbomoteur. TurboGrid permet de générer automatiquement un maillage du domaine fluide basé sur la géométrie de la pale. Quelques paramètres permettent de modifier et d'automatiser facilement et efficacement le maillage en vue d'être intégré dans une boucle d'optimisation. Cet outil accepte comme fichier de géométrie les géométries créées par ANSYS BladeModeler ou tout autre géométrie basée sur une série de section distribuée dans la direction radiale. Considérant que le travail développé dans ce cadre de ce projet serait ultimement intégré dans une boucle d'optimisation, cet outil facilitera la création des maillages pour les analyses de mécanique des fluides.

Ensuite, l'entreprise Numeca International a aussi son propre outil de conception de pale nommé AutoBlade. Sur leur site internet, la compagnie annonce que AutoBlade est un outil de conception offrant une paramétrisation avancée dédiée à la création des différents éléments de turbomachinerie telles que les pales rotatives ou fixes. Ils mentionnent aussi que leur logiciel permet une visualisation qui permet l'édition rapide et l'analyse des différents paramètres de conception.

Miller et al. [15] présentent un article à propos d'un outil de conception interactif pour les différents éléments de turbomachinerie (soufflantes, compresseurs centrifuges, turbines, etc.). Leur outil, développé à partir d'une interface graphique OSF/Motif et Silicon Graphics Open Inventor<sup>TM</sup>, utilise une paramétrisation section-par-section basée sur des surfaces de révolution. Cet outil ne présente aucune distinction majeure en comparaison avec les outils présentés ci-haut.

## 2.4 Conclusions et organisation du mémoire

Certaines conclusions peuvent être tirées des différentes recherches qui ont été faites sur les sujets reliés à ce mémoire. Tout d'abord, on remarque que peu d'auteurs se sont penchés exclusivement sur la paramétrisation même de la géométrie des soufflantes de turbomoteur. Ceci provient probablement du fait que plusieurs recherches ont été faites sur l'optimisation de pale de compresseur et de turbine pour lesquelles la géométrie est plus simple que celle des soufflantes. Conséquemment, moins de sections sont nécessaires à la création de la géométrie complète de la pale et une paramétrisation section-par-section est encore envisageable et apporte très peu de désavantages. Par contre, lorsqu'on considère la géométrie complexe des pales de la soufflante, l'aspect paramétrique devient important.

Ce mémoire étudiera donc une nouvelle méthode pour paramétrer la géométrie des pales de la soufflante. À partir des différentes recherches faites, il a été envisagé d'améliorer la paramétrisation section-par-section en lui ajoutant une deuxième dimension dans la direction

de l'envergure. Ceci aurait pour avantage de conserver la définition des paramètres telles qu'ils sont utilisés présentement en assurant un contrôle et une continuité de ceux-ci dans la direction de l'envergure. De plus, cette paramétrisation sera intégrée dans un système qui permettra la visualisation et l'optimisation de la géométrie en plus d'offrir la possibilité d'exporter cette dernière vers l'interface CAD CATIA<sup>®</sup> ou le mailleur ANSYS TurboGrid.

D'autre part, une attention particulière dans le cadre de ce projet sera porté sur la modification d'une géométrie existante. D'abord, comme mentionné par les ingénieurs chez Pratt&Whitney Canada, très peu de pale sont conçue à partir de zéro. La plupart du temps, une nouvelle pale est en fait une amélioration d'un ancien modèle. De plus, dans le processus de conception, plusieurs modifications sont apportées à la géométrie afin qu'elle soit conforme aux différentes contraintes des différentes disciplines. En ce sens, une grande part du travail de conception est la modification et l'ajustement des paramètres de la pale. Pour ces raisons, il est nécessaire que la paramétrisation proposée s'accompagne d'une méthodologie qui permette la modification facile et efficace de paramètres en vue d'obtenir des caractéristiques géométriques souhaitées.

Il est nécessaire de noter que ce projet se réalise en collaboration avec Pratt&Whitney Canada qui agit comme référence dans le domaine et qui fournit information et connaissances sur les différents enjeux liés à la conception de la soufflante. En ce sens, les ingénieurs de chez Pratt&Whitney Canada impliqués dans ce projet s'assurent que la solution développée est en phase avec leurs besoins et répond bien aux différentes demandes des départements impliqués dans la conception de cette composante. Finalement, la nature et le type de paramètres présentement utilisés chez Pratt&Whitney Canada pour la conception des pales de soufflante a été respectée le plus possible afin que le produit développé puisse facilement être adopté par les ingénieurs concepteurs de l'entreprise. À cet effet, une partie du travail a consisté à la réingénierie d'un logiciel existant développé à l'interne chez Pratt&Whitney Canada.

## CHAPITRE 3

### PARAMÉTRISATION DE LA PALE

#### 3.1 Paramétrisation courante

Les pales de turbosoufflantes sont typiquement conçues en paramétrant une série de profils 2D et en les positionnant le long de l'envergure de la pale. La figure 3.1 montre cette idée. Cette technique provient d'anciennes méthodes quasi-3D qui permettent, à peu de coûts, de résoudre l'écoulement au travers de la soufflante [34]. De plus, en contrôlant la géométrie de chaque section, il est possible d'obtenir l'écoulement désiré à la position correspondante le long de l'envergure. Pour cette tâche, les angles et l'épaisseur de chaque section sont les paramètres avec lesquels les ingénieurs ont le plus de facilité à travailler étant donné le lien qui existe entre ceux-ci et la physique en jeu. Par contre, pour obtenir précisément l'écoulement sur toute la pale, plusieurs sections doivent être utilisées.

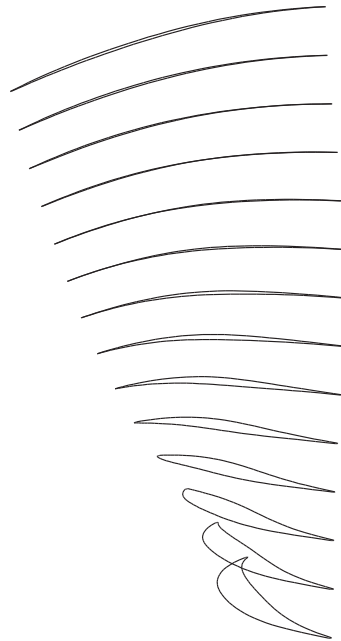


Figure 3.1 Pale composées de 14 profils 2D positionnés le long de l'envergure

Chaque profil 2D repose sur une surface de révolution basée sur les lignes de courant de l'écoulement supposées axisymétriques. La figure 3.2 illustre ce concept. La direction méridi-

dionale ( $m$ ) représente l'intersection entre le plan méridional ( $Rx$ ) et la surface de révolution. Comme représenté à la figure 3.2, le système de coordonnées utilisé est  $R-x-\theta$  où  $R$  représente la direction radiale de la pale,  $x$  la direction axiale et  $\theta$  l'angle de révolution des surfaces de révolution.

Ces lignes de courants proviennent du résultat d'un solveur *Throughflow* qui fournit les lignes de courant de l'écoulement à travers l'aire du col. Ces lignes de courants ne sont pas paramétrées et doivent être régénérées lorsque l'aire du col est modifiée.

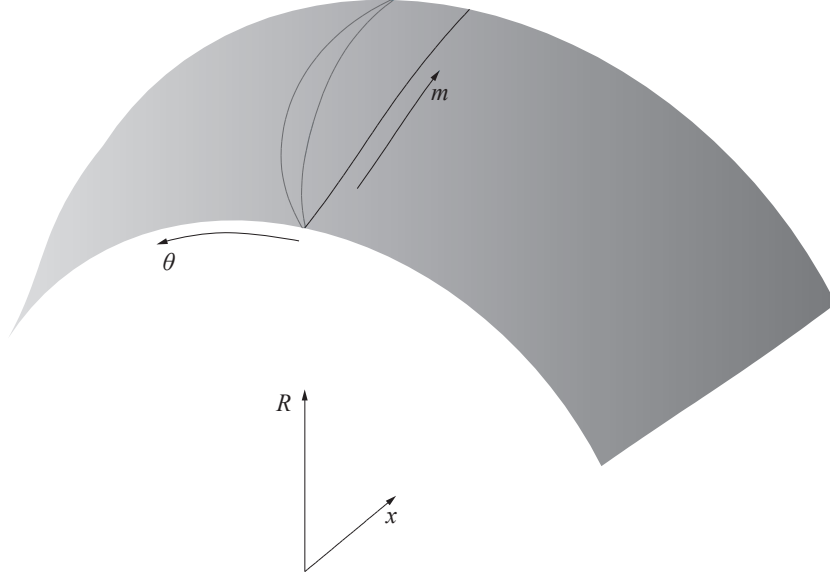


Figure 3.2 Surface de révolution basée sur les lignes de courants

### 3.1.1 Paramétrisation des sections

La première étape dans le processus de paramétrisation des sections qui définissent la pale est la définition de la corde méridionale de chaque section. La corde méridionale représente la corde de chaque section projetée sur la direction méridionale. Étant donné que chaque section repose sur une surface de révolution, seulement les deux points extrêmes dans la direction  $m$  sont nécessaires afin de définir cette corde. La figure 3.3 illustre cette idée. Les  $\times$  dans cette figure illustrent les deux points extrêmes ; la ligne pâle représente la direction méridionale de chaque section alors que la ligne foncée représente la corde méridionale de la section.

Chaque section est composée de quatre portions ; l'extrados, l'intrados, le bord d'attaque et le bord de fuite. En ce qui concerne la paramétrisation de la section, ce qui est couramment utilisé dans l'industrie présentement est une distribution d'angle- $\beta$  pour former l'extrados de la section et une distribution d'épaisseur comme un décalage de l'extrados pour former

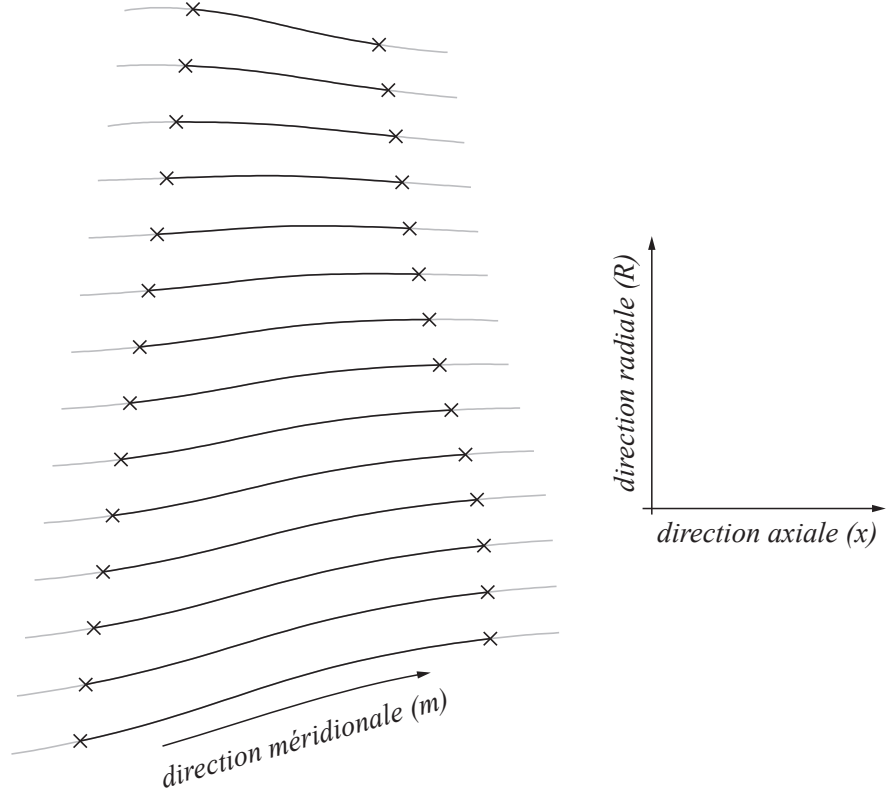


Figure 3.3 Définition de la corde méridionale de chaque section

l'intrados [2]. Dans notre cas, l'angle- $\beta$  est défini comme l'angle entre la tangente de la courbe de l'extrados et la direction méridionale. Ceci est illustré à la figure 3.4. Une méthode similaire a été explorée dans les travaux de Idahosa et al. [4].

Chaque distribution de paramètres (angle- $\beta$  et épaisseur) ainsi que la dérivée du paramètre est définie selon un ensemble de points de contrôle (typiquement trois à cinq). Les graphes de la figure 3.5 montrent cette idée. On peut noter que la dérivée en un point ne doit pas nécessairement être continue. Dans cette figure, les points noirs représentent les points de contrôle et les lignes pleines représentent les distributions calculées. Les coordonnées des points de contrôle sont définies selon leur  $pcm$  (pourcentage de la corde méridionale) et  $ps$  (pourcentage de la longueur d'arc de l'extrados). Ces deux systèmes de coordonnées permettent de normaliser la paramétrisation afin qu'elle soit indépendante des dimensions hors tout de la pale.

Le segment de courbe entre deux points de la distribution d'angle- $\beta$ ,  $(pcm_i ; \beta_i)$  et  $(pcm_{i+1} ; \beta_{i+1})$ , est décrite par l'équation suivante, où  $s$  représente la longueur d'arc de la courbe résultante de l'extrados (voir figure 3.4).

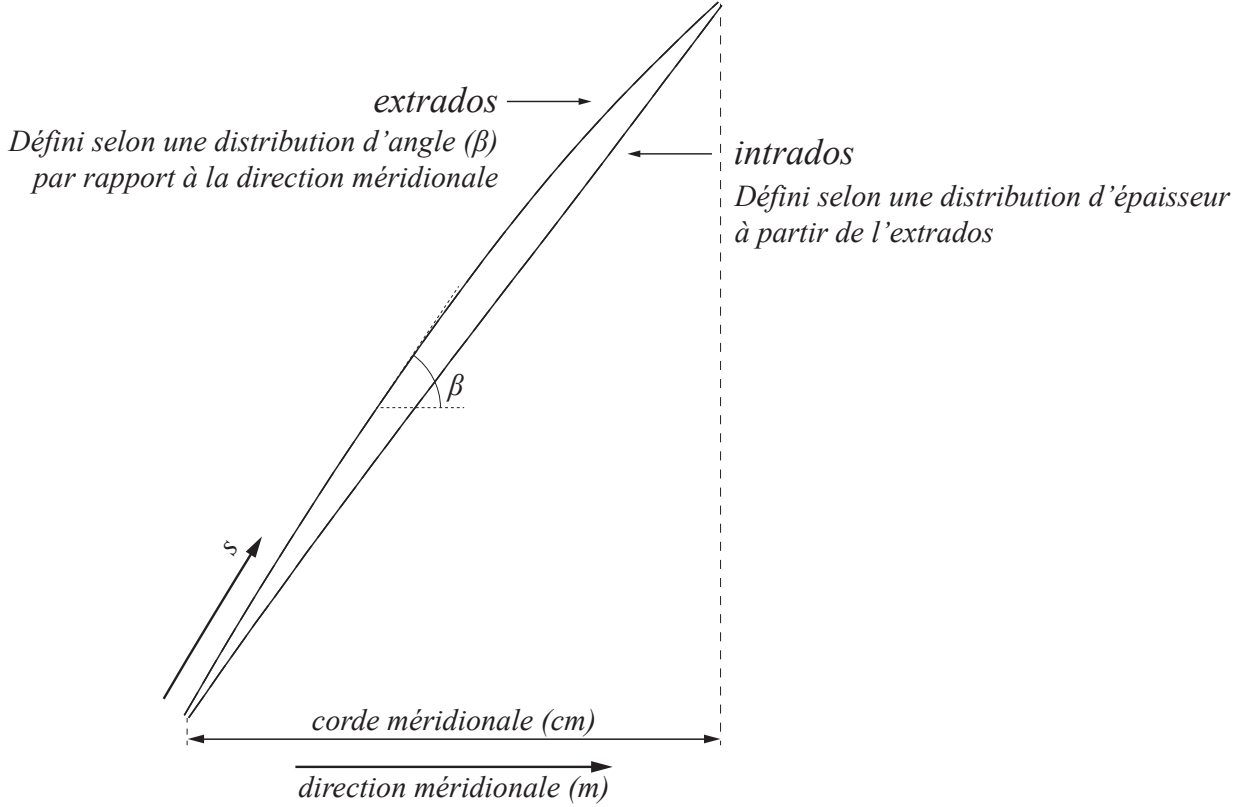


Figure 3.4 Définition de l'extrados et de l'intrados de chaque section

$$\beta(s) = a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 \quad s \in [s_i, s_{i+1}] \quad (3.1)$$

Les coefficients  $a_n$  sont donc calculés en solutionnant le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{bmatrix} s_i^3 & s_i^2 & s_i & 1 \\ s_{i+1}^3 & s_{i+1}^2 & s_{i+1} & 1 \\ 3s_i^2 & 2s_i & 1 & 0 \\ 3s_{i+1}^2 & 2s_{i+1} & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_i \\ \beta_{i+1} \\ (d\beta/ds)_i \\ (d\beta/ds)_{i+1} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Les équations ci-haut sont utilisées lorsque la dérivée (courbure) est imposée aux deux extrémités du segment d'une courbe. Par contre, on doit noter que la dérivée (courbure) en un point  $(pcm_i; \beta_i)$  peut ne pas être imposée. De cette manière, en imposant ou pas la dérivée aux extrémités d'un segment, l'ordre de l'équation 3.1 est réduit de un à chaque fois que la courbure n'est pas imposée à une extrémité d'un segment. Les trois équations suivantes pourront être utilisées selon les cas retrouvés.

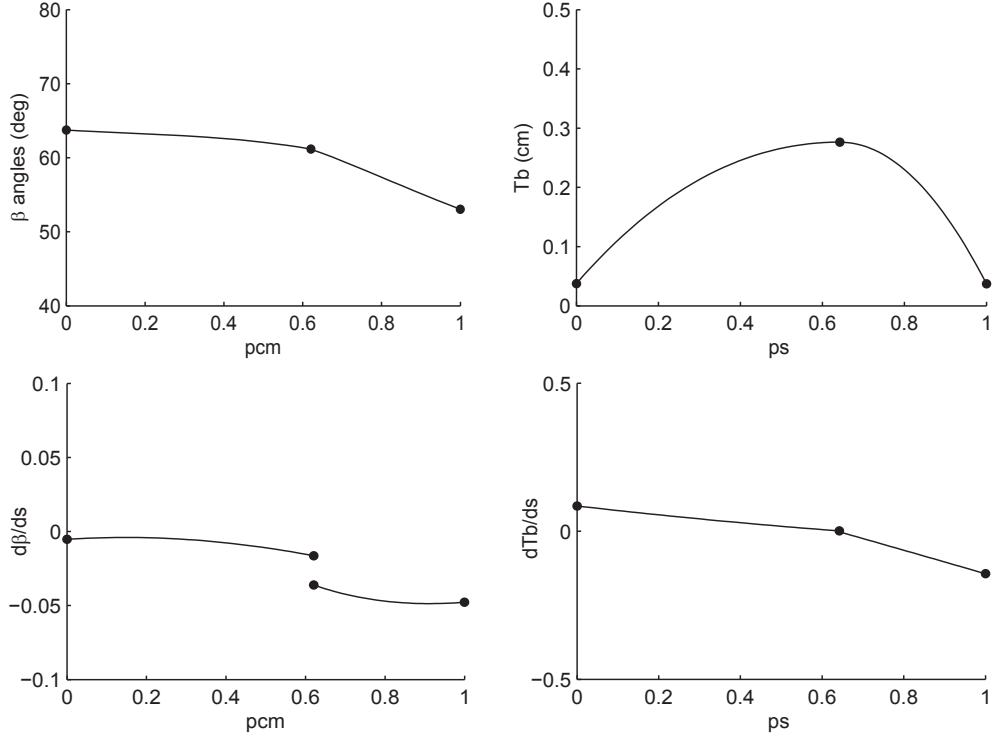


Figure 3.5 Gauche : Distributions d'angle- $\beta$  et de la dérivée (courbure) | Droite : Distributions d'épaisseur et de la dérivée

- La dérivée (courbure) est imposée seulement au premier point  $(pcm_i; \beta_i)$ ; les équations deviennent :

$$\beta(s) = a_1 s^2 + a_2 s + a_3 \quad s \in [s_i, s_{i+1}] \quad (3.3)$$

$$\begin{bmatrix} s_i^2 & s_i & 1 \\ s_{i+1}^2 & s_{i+1} & 1 \\ 2s_i & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_i \\ \beta_{i+1} \\ (d\beta/ds)_i \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

- La dérivée (courbure) est imposée seulement au deuxième point  $(pcm_{i+1}; \beta_{i+1})$ ; les équations deviennent :

$$\beta(s) = a_1 s^2 + a_2 s + a_3 \quad s \in [s_i, s_{i+1}] \quad (3.5)$$

$$\begin{bmatrix} s_i^2 & s_i & 1 \\ s_{i+1}^2 & s_{i+1} & 1 \\ 2s_{i+1} & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_i \\ \beta_{i+1} \\ (d\beta/ds)_{i+1} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

- La dérivée (courbure) n'est imposée à aucune extrémité du segment. La courbe résultante est alors un arc de cercle. Les équations deviennent :

$$\beta(s) = a_1 s + a_2 \quad s \in [s_i, s_{i+1}] \quad (3.7)$$

$$\begin{bmatrix} s_i & 1 \\ s_{i+1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_i \\ \beta_{i+1} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Étant donné que les équations ci-haut sont exprimées en fonction de la longueur d'arc de l'extrados ( $s$ ), inconnue à priori, il est nécessaire d'itérer cette variable jusqu'à l'obtention du pourcentage de la corde méridionale correspondant à celui imposé pour les points de contrôle ( $pcm_{CP}$ ). Le transfert de coordonnées entre ces deux variables ( $pcm$  et  $s$ ) est donné dans l'équation suivante où  $cm$  représente la longueur de la corde méridionale. De plus, l'organigramme d'itération pour converger sur la valeur correspondante ( $pcm_{CP}$ ) est montré à la figure 3.6. La modification de  $s$  se fait à partir de l'optimiseur *fminsearch* de MathWorks<sup>TM</sup> MATLAB<sup>®</sup>. Noter que pour accélérer cette convergence, la valeur de départ  $s_0$  est estimé à la longueur de l'arc d'un cercle.

$$pcm_{i+1} = pcm_i + \frac{\int_{s_i}^{s_{i+1}} \cos(\beta(s)) ds}{cm} \quad (3.9)$$

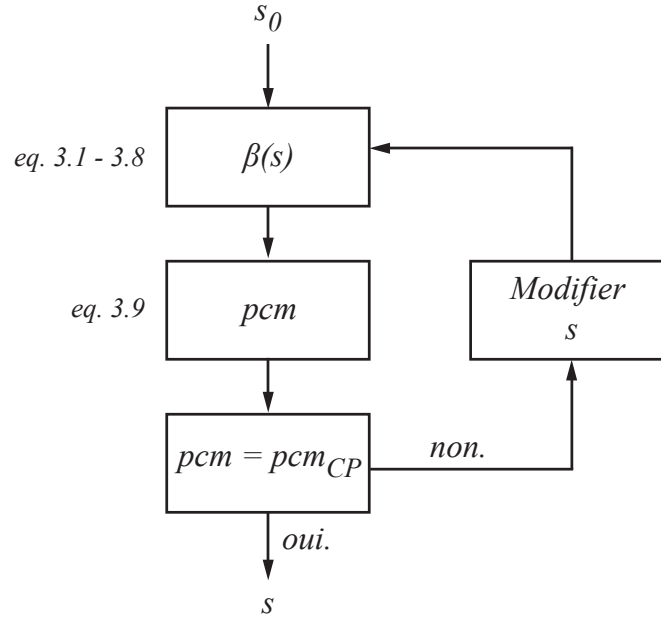


Figure 3.6 Convergence de  $pcm$  vers la valeur imposée pour les points de contrôle ( $pcm_{CP}$ )



En ce qui concerne la distribution d'épaisseur, elle est calculée selon les mêmes principes excepté qu'il n'est pas nécessaire d'itérer étant donné qu'il n'y a pas de transfert de coordonnées entre la définition des points de contrôle de la courbe et la distribution calculée. L'équation de la distribution d'épaisseur est présentée ci-dessous. La coordonnée  $ps$  (pourcentage de la longueur d'arc de l'extrados) avec laquelle les points de contrôle de cette distribution sont exprimés (voir figure 3.5) est obtenue en normalisant  $s$ .

$$Tb(s) = b_1 s^3 + b_2 s^2 + b_3 s + b_4 \quad s \in [s_i, s_{i+1}] \quad (3.10)$$

Les coefficients  $b_n$  sont calculés avec le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{bmatrix} s_i^3 & s_i^2 & s_i & 1 \\ s_{i+1}^3 & s_{i+1}^2 & s_{i+1} & 1 \\ 3s_i^2 & 2s_i & 1 & 0 \\ 3s_{i+1}^2 & 2s_{i+1} & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Tb_i \\ Tb_{i+1} \\ (dTb/ds)_i \\ (dTb/ds)_{i+1} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Afin de clore le contour des sections, les courbes de l'extrados et de l'intrados sont jointes par un arc de cercle pour former le bord d'attaque et le bord de fuite. Une condition de continuité G1 est imposée à la jonction.

Finalement, une fois toutes les sections créées, le dernier paramètre nécessaire à la paramétrisation de la pale est la position de chaque section dans la direction  $\theta$ . La coordonnée  $\theta$  est l'angle de révolution de la surface de révolution sur laquelle les sections reposent (voir figure 3.2). Étant donné que la position axiale de chaque section est contrainte par la position de la corde méridionale (voir figure 3.3), le seul degré de liberté restant est leur position dans la direction  $\theta$ . Ceci est montré à la figure 3.7.

Pour fin de simplifications, les sections sont automatiquement alignées au-dessus de leur centroïdes. De cette position, il est ensuite possible de les décaler d'un côté ou de l'autre.

Considérant que le contour de chaque section est discrétisé par une série de  $n$  points  $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ , la position du centroïde d'une section est calculée à partir des équations suivantes :

$$C_x = \frac{1}{6A} \sum_{i=1}^n (x_i + x_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \quad (3.12)$$

$$C_y = \frac{1}{6A} \sum_{i=1}^n (y_i + y_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \quad (3.13)$$

où

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \quad (3.14)$$

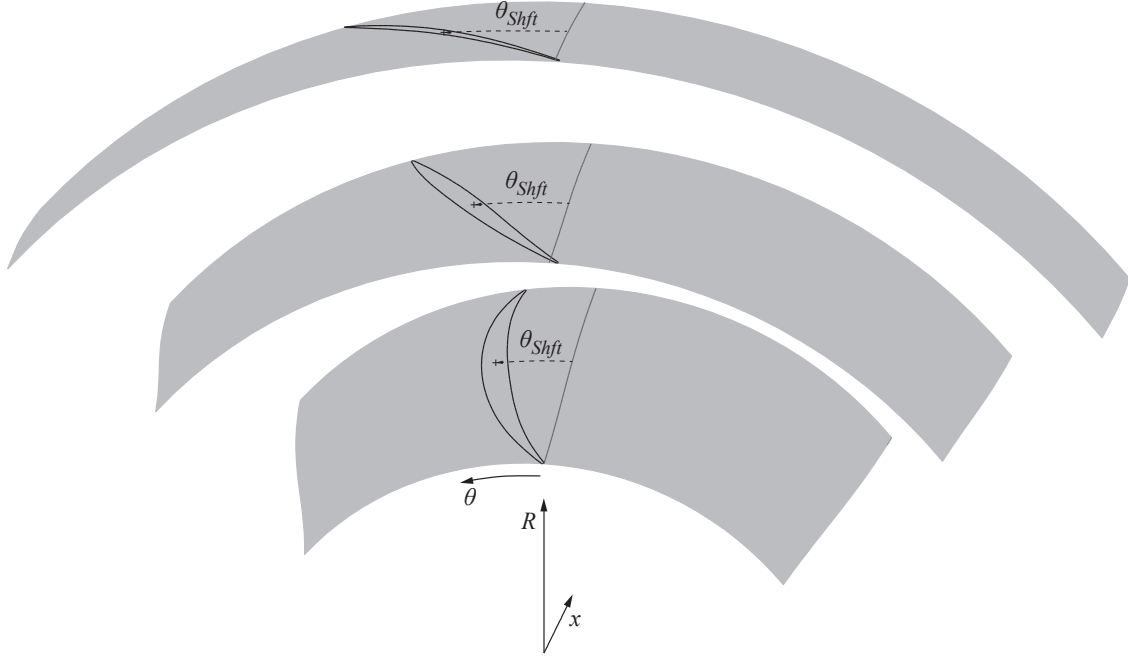


Figure 3.7 Positionnement des sections dans la direction  $\theta$

L'espace paramétrique dans lequel le centroïde de chaque section est calculé est présenté à la section 3.3.2.

Le tableau 3.1 résume la liste des paramètres qui doivent être imposés afin de paramétrer une section. Selon le nombre de points utilisés pour les distributions d'angle et d'épaisseur, le nombre total de paramètres par section peut varier entre 10 et 35.

## 3.2 Approche 3D proposée

### 3.2.1 Motivation

La paramétrisation courante de la pale explicitée ci-haut a plusieurs avantages. Tout d'abord, en contrôlant chaque section indépendamment, il est possible d'obtenir un contrôle précis sur la géométrie et du fait même, d'avoir un contrôle précis sur les caractéristiques de l'écoulement au travers de la soufflante. De plus, comme mentionné précédemment, les paramètres sont naturellement reliés au comportement de l'écoulement. Conséquemment, la modification de ceux-ci a une incidence directe sur les performances de la pale. La paramétrisation courante offre aussi un contrôle précis des paramètres dans la direction axiale en permettant un contrôle à la fois sur la distribution du paramètre mais aussi sur la distribution de sa dérivée. Finalement, les paramètres utilisés (angle- $\beta$  et épaisseur) sont préférés par les ingénieurs concepteurs étant donné les connaissances qui ont été développées en ceux-ci.

Tableau 3.1 Paramétrisation des sections

Paramètre	Description	Nombre
$AX$	Paramètre déterminant la longueur et la position de la corde méridionale dans la direction méridionale	2
$pcm$	Position des points de contrôle pour la distribution d'angle- $\beta$	1 - 3 <sup>1</sup>
$\beta$	Valeur d'angle- $\beta$	3 - 5
$d\beta/ds$	Dérivée par rapport à $s$ (courbure) de la distribution d'angle- $\beta$	0 - 8 <sup>2</sup>
$ps$	Position des points de contrôle pour la distribution d'épaisseur	1 - 3 <sup>1</sup>
$Tb$	Valeur d'épaisseur	3 - 5
$dTb/ds$	Dérivée par rapport à $s$ de la distribution d'épaisseur	0 - 8 <sup>2</sup>
$\theta_{Shft}$	Décalage de la section par rapport à son centroïde	0 - 1

Par contre, cette paramétrisation présente aussi des désavantages. Premièrement, plusieurs paramètres sont nécessaires pour définir chaque section (jusqu'à 35) et plusieurs sections sont nécessaires à la paramétrisation complète de la pale. Conséquemment, considérant qu'une pale peut être définie par une vingtaine de sections, jusqu'à 700 paramètres peuvent être requis! En ce sens, une optimisation automatisée peut difficilement être effectuée étant donné le nombre élevé de paramètres. De plus, étant donné que chaque section est paramétrée indépendamment, il y a absence de continuité des paramètres dans la direction de l'envergure et une modification globale de la géométrie nécessite la modification de plusieurs sections. Cette tâche peut s'avérer très fastidieuse étant donné le nombre élevé de sections et de paramètres par sections.

Conséquemment, une nouvelle approche est proposée. Cette approche a pour but de conserver les avantages de la paramétrisation courante tout en éliminant ses désavantages.

---

1. Typiquement ces distributions comprennent de trois à cinq points, mais étant donné que le premier et dernier point doivent être contraints à 0 et 1 respectivement, le nombre de paramètres qui sont variables varie de 1 à 3

2. Ce paramètre peut ne pas être imposé ou avoir des valeurs discontinues aux points médians

### 3.2.2 Principe

Le principe fondamental de l'approche proposée est de conserver le même contrôle des paramètres dans la direction axiale et d'y ajouter une seconde dimension dans la direction de l'envergure. Lorsqu'on examine la distribution des paramètres dans la direction de l'envergure de plusieurs pales de turbosoufflante, on remarque qu'il existe une certaine continuité naturelle des paramètres de section en section. Ceci s'explique en partie par le désir des ingénieurs d'obtenir des géométries lisses dans la direction de l'envergure et par le besoin de continuité de l'écoulement dans cette même direction.

Par exemple, à la figure 3.8, on observe la distribution de l'angle- $\beta$  au bord d'attaque du rotor 67 de la NASA [1]. Dans cette figure chaque croix ( $\times$ ) représente le paramètre de l'angle- $\beta$  au bord d'attaque ( $\beta_1$ ) de chacune des quatorze (14) sections qui sont utilisées pour représenter cette pale. On remarque que de section en section, il n'y a pas de discontinuité visible dans la direction de l'envergure.

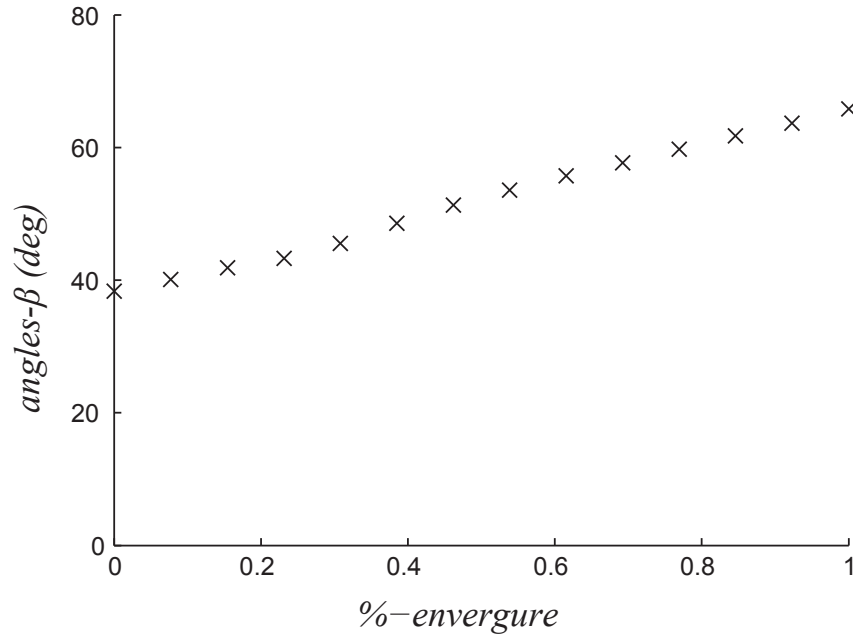


Figure 3.8 Distribution de l'angle- $\beta$  de la pale au bord d'attaque du rotor 67 de la NASA [1]

Cette remarque est aussi applicable, à différents degrés, à tous les paramètres de la paramétrisation courante. Conséquemment, le principe de l'approche proposée est de représenter cette distribution le long de l'envergure par une spline construite avec un nombre réduit de points de contrôle. Ceci est représenté dans la figure 3.9. Dans cette figure, les croix ( $\times$ ) pâles représentent les paramètres des quatorze (14) sections, les points ( $\bullet$ ) représentent les points de contrôle de la spline et la ligne continue représente la spline. On remarque qu'une spline

construite avec seulement sept (7) points de contrôle représente fidèlement la distribution de ce paramètre dans la direction de l'envergure.

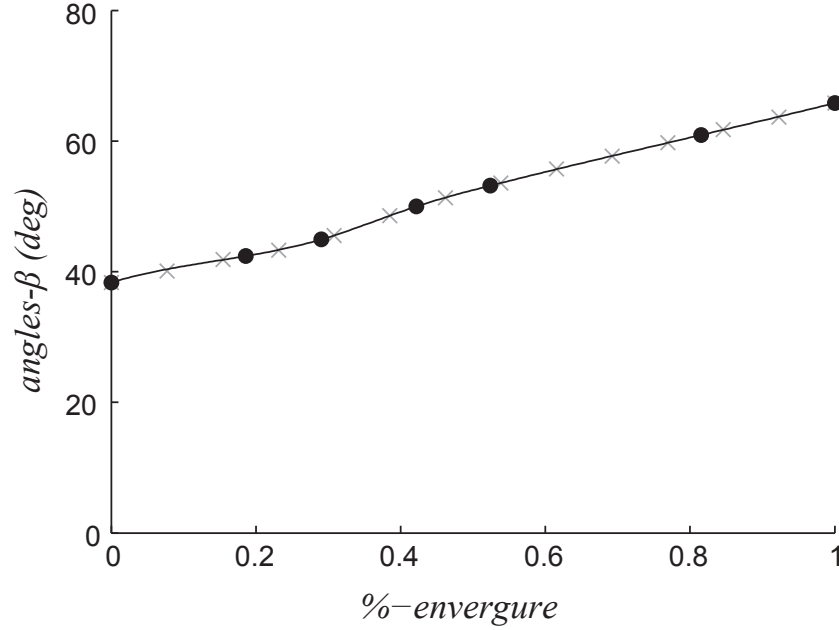


Figure 3.9 Représentation de la distribution de l'angle- $\beta$  de la pale au bord d'attaque du rotor 67 de la NASA par une spline construite avec sept (7) points de contrôle

### 3.2.3 Définition de la spline

Les splines utilisées pour définir les distribution des paramètres dans la direction de l'envergure sont des splines cubiques qui interpolent les  $n$  points de contrôle. Ces splines sont créées à partir de la librairie *spline* de MathWorks<sup>TM</sup> MATLAB<sup>®</sup>. Les splines créées automatiquement à partir de cette librairie sont des splines cubiques ayant des conditions frontières de type *not-a-knot* qui assure une continuité de la troisième dérivée aux points 2 et  $n - 1$ .

Le choix de l'utilisation de *splines* par rapport aux *B-splines* provient de la volonté des ingénieurs d'avoir les points de contrôle de la courbe sur la courbe elle-même. Il a tout de fois été noté que l'utilisation de *B-splines* aurait permis la représentation de courbes plus complexes avec moins de points de contrôle.

Dans l'implémentation développée, la position des points de contrôle de la spline peut être définie manuellement par l'utilisateur ou calculée automatiquement à partir de la distribution des paramètres déjà existante.

Dans le premier cas où la position des points de contrôle est définie manuellement, la spline est construite en interpolant les  $n$  points de contrôle définis par l'utilisateur. Pour

tous les paramètres, les points de contrôle ( $CP$ ) sont définis comme  $(pe_i; P_i)$  pour  $i = 1..n$  où  $pe$  représente le pourcentage de l'envergure ( $pe \in [0, 1]$ ) et  $P$  représente n'importe quel paramètre ( $\beta, d\beta/ds, Tb, dTb/ds, etc.$ ).

Dans le cas où la position des points de contrôle est calculée automatiquement, une spline est construite avec  $n$  points de contrôle ( $CP$ ) positionnés de façon optimale afin de représenter le mieux possible une distribution d'un paramètre définie par  $m$  points ( $DATA$ ) fournie par l'utilisateur. Ces  $m$  points représentent les  $m$  sections de la paramétrisation section par section (voir les  $\times$  dans la figure 3.9). Le nombre de points de contrôle ( $n$ ) de la spline peut être varié par l'utilisateur entre trois (3) et dix (10). Généralement, l'expérience a montré que la majorité des distributions les plus complexes peut être représentée, avec la précision requise, par 8 points de contrôle ou moins. Il est à noter que l'utilisation d'un nombre élevé ( $> 8$ ) de points de contrôle tend à créer des splines irrégulières causant des irrégularités dans la géométrie de la pale.

Afin de trouver la position optimale des  $n$  points de contrôle de la spline qui représente le plus fidèlement une distribution de  $m$  points, une optimisation de la position des points de contrôle est effectuée.

Pour simplifier l'optimisation, le premier et le dernier point de contrôle de la spline est imposé comme égal au premier et au dernier point de la distribution de  $m$  points.

$$\begin{aligned} CP_1 &= DATA_1 \\ CP_n &= DATA_m \end{aligned} \quad (3.15)$$

Les variables d'optimisation sont alors la position des  $n - 2$  points de contrôle restants. Dans la direction  $pe$  (pourcentage de l'envergure), les points de contrôle sont initialement répartis uniformément sur la longueur de l'envergure et sont contraints à se déplacer uniquement sur une distance équivalente à  $\frac{1}{n}$  fois la distance dans la direction  $pe$  entre le premier et le dernier point de la distribution. Ceci assure que  $CP_{i+1}$  soit toujours plus grand que  $CP_i$ . Les équations 3.16 et 3.17 décrivent la position initiale ( $CP_0$ ) des points de contrôle et leurs bornes inférieures et supérieures ( $BND$ ) dans la direction de  $pe$  d'un point  $i$ .

$$CP_{i,0} = CP_1 + (i - 1) \frac{DATA_m - DATA_1}{n - 1} \quad i = 2, \dots, (n - 1) \quad (3.16)$$

$$BND_i = \left[ CP_{i,0} - \frac{1}{2} \frac{DATA_m - DATA_1}{n}; CP_{i,0} + \frac{1}{2} \frac{DATA_m - DATA_1}{n} \right] \quad (3.17)$$

Dans la direction du paramètre ( $P$ ), les points sont contraints à se déplacer d'une distance équivalente à 5% de l'écart entre la plus petite et la plus grande valeur de la distribution de  $m$

points. Leur valeur initiale est égale à l'interpolation linéaire des  $m$  points de la distribution du paramètre aux positions  $pe_i$  correspondantes. La figure 3.10 montre cette idée.

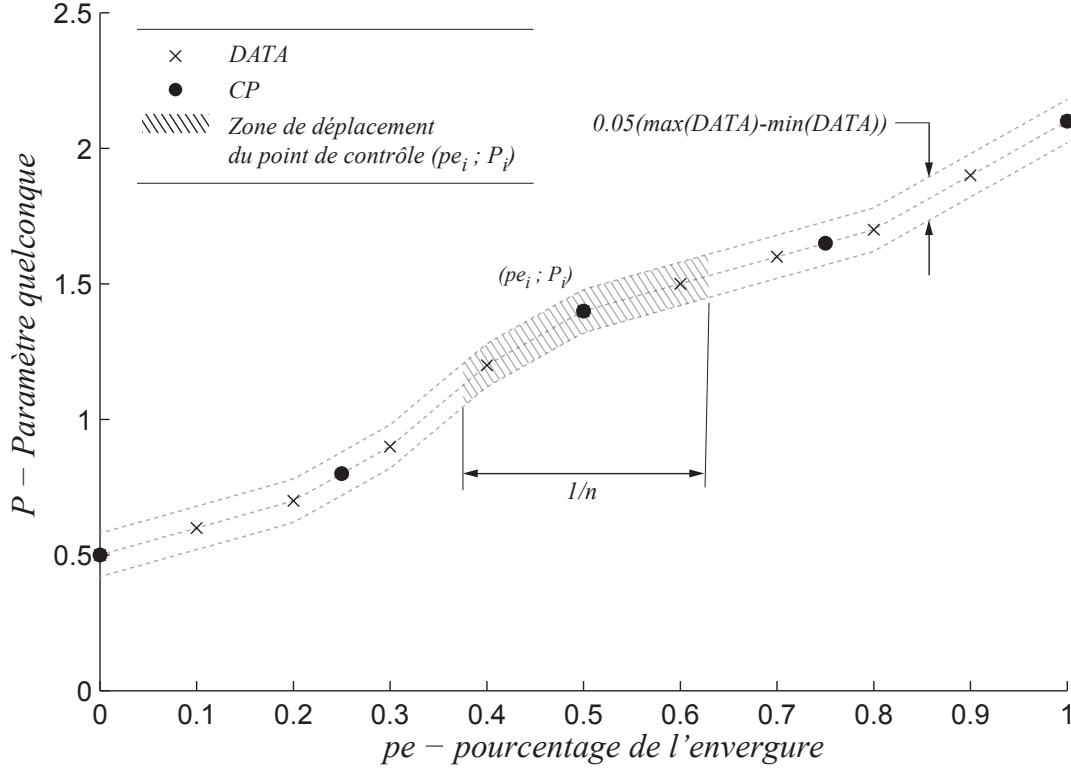


Figure 3.10 Position initiale des  $n$  points de contrôle (CP) et zone de contrainte du point  $(pe_i; P_i)$ .

L'optimiseur déplace donc les  $n - 2$  points de contrôle afin de minimiser la distance verticale entre la spline qui passe par les  $n$  points de contrôle et la distribution des  $m$  points du paramètre. On utilise l'optimiseur *fmincon* de MathWorks<sup>TM</sup> MATLAB<sup>®</sup>, un optimiseur à gradients *trust-region-reflective* basé sur le hessien des fonctions.

### 3.3 Création de la géométrie

À partir de la paramétrisation adoptée, la géométrie de la pale est créée. Les différentes étapes de la création de la géométrie sont détaillées à la figure 3.11.

Pour chaque paramètre, autant de splines sont construites que le nombre de points par distribution dans la direction axiale. Le nombre de points de contrôle par spline peut être différent pour chacun des paramètres (Voir le tableau 3.1 à la page 22). De plus, les splines

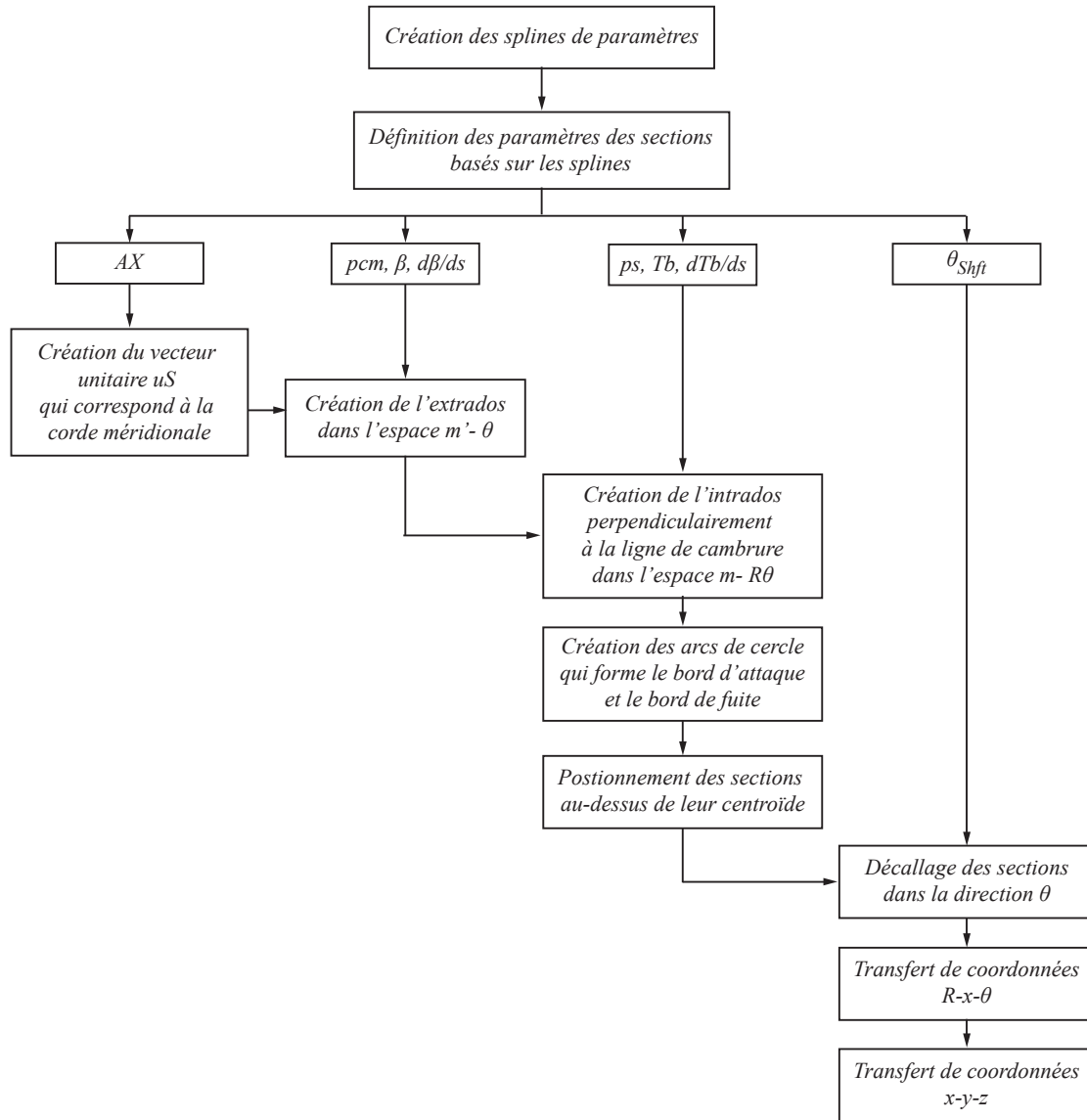


Figure 3.11 Étapes de la création de la géométrie de la pale

(sauf celles qui définissent le bord d'attaque et le bord de fuite) peuvent débuter ou terminer à n'importe quelle position dans la direction de l'envergure ( $pe$ ).

Afin de respecter le plus fidèlement la paramétrisation anciennement utilisée, la géométrie de la pale sera créée en utilisant les équations 3.1 à 3.11. Pour ce faire, il est nécessaire de créer la géométrie à partir d'une série de sections 2D qui reposent sur des surfaces de révolution (voir figure 3.2). La différence vient du fait que les paramètres des sections proviennent de l'approche proposée. La section suivante décrira le processus de création de la géométrie complète de la pale.

La première étape de création de la pale consiste à définir les courbes qui décrivent le



bord d'attaque et le bord de fuite dans la direction méridionale. Ces courbes fourniront le paramètre  $AX$ , soit la longueur et la position de la corde méridionale de chaque section. La figure 3.12 montre ces courbes. L'intersection entre ces courbes (noires) et les courbes qui définissent les surfaces de révolution (grises) fournissent cette information pour chacune des sections.

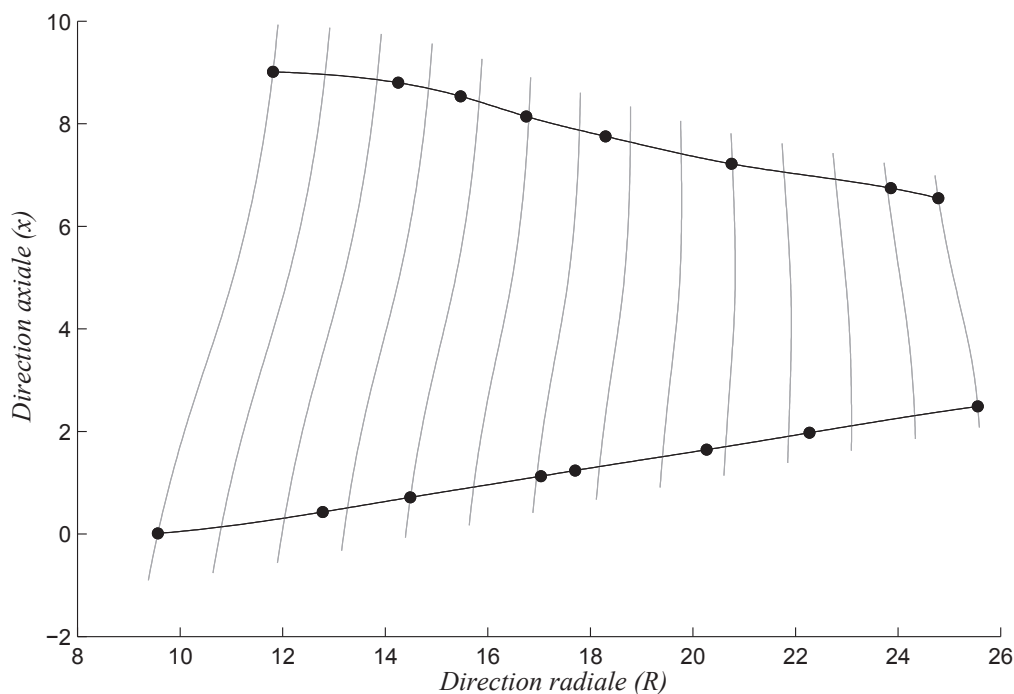


Figure 3.12 Définition du bord d'attaque et du bord de fuite de la pale dans la direction méridionale

Pour créer l'extrados de la pale, trois paramètres sont nécessaires :  $pcm$ ,  $\beta$  et  $d\beta/ds$ . Les deux premiers paramètres sont montrés à la figure 3.13. Tel qu'énoncé dans l'approche proposée, chacune des distributions est exprimée par une série de  $n$  points de contrôle qui définissent une spline qui représente la distribution désirée. En combinant ces deux paramètres ( $pcm(pe)$  et  $\beta(pe)$ ), il est possible de créer une seule représentation 3D dans laquelle les axes primaires sont  $pe$  et  $pcm$  (les dimensions axiale et radiale de la pale) et l'axe secondaire est le paramètre  $\beta$ . Ceci est montré à la figure 3.14.

De ces courbes 3D, il est ensuite possible de les sectionner aux différentes coordonnées dans la direction  $pe$  correspondantes aux coordonnées des surfaces de révolutions<sup>1</sup>. Ainsi, pour chacune des surfaces de révolution, on obtient une série de paramètres qui permettent d'utiliser les équations 3.1 à 3.8 afin de former la distribution d'angle- $\beta$  dans la direction axiale de chacune des sections de la pale. Ceci est illustré à la figure 3.15. On obtient donc

1. Noter que le même principe est utilisé afin de déterminer le paramètre  $d\beta/ds$ .

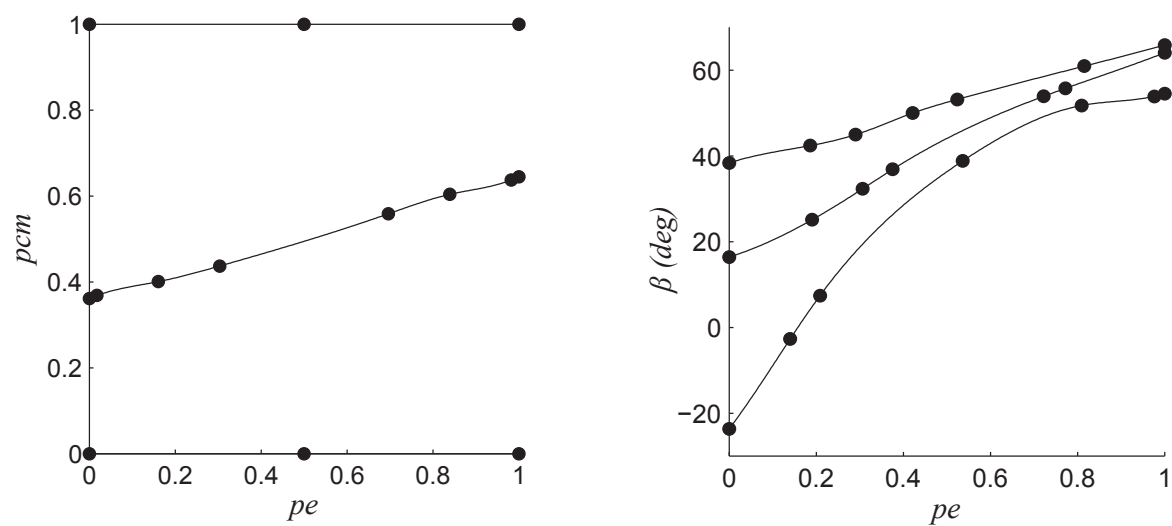


Figure 3.13 Distributions des paramètres  $pcm$  et  $\beta$ .

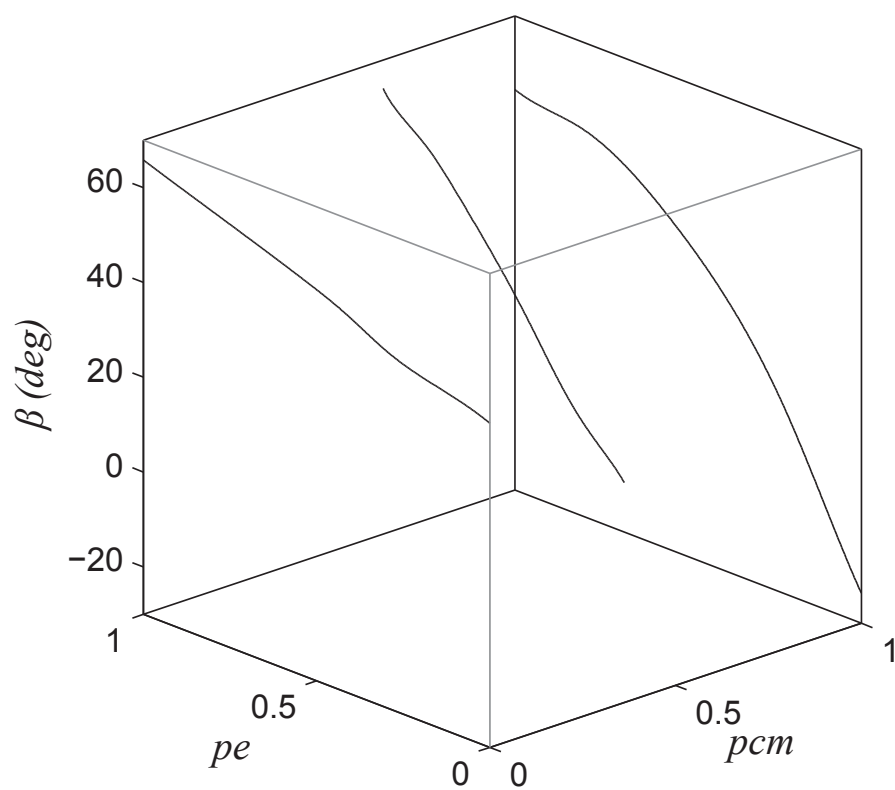


Figure 3.14 Courbes 3D combinant les distributions de  $pcm$  et de  $\beta$ .

plusieurs courbes qui définissent la distribution de l'angle- $\beta$  dans la direction axiale ainsi que dans la direction de l'envergure. Noter qu'à cette étape, le nombre de sections n'influence plus le nombre de paramètres étant donné que la paramétrisation a été déterminée a priori avec un nombre fixe de points de contrôle. Conséquemment, il est possible d'utiliser autant de sections que nécessaire.

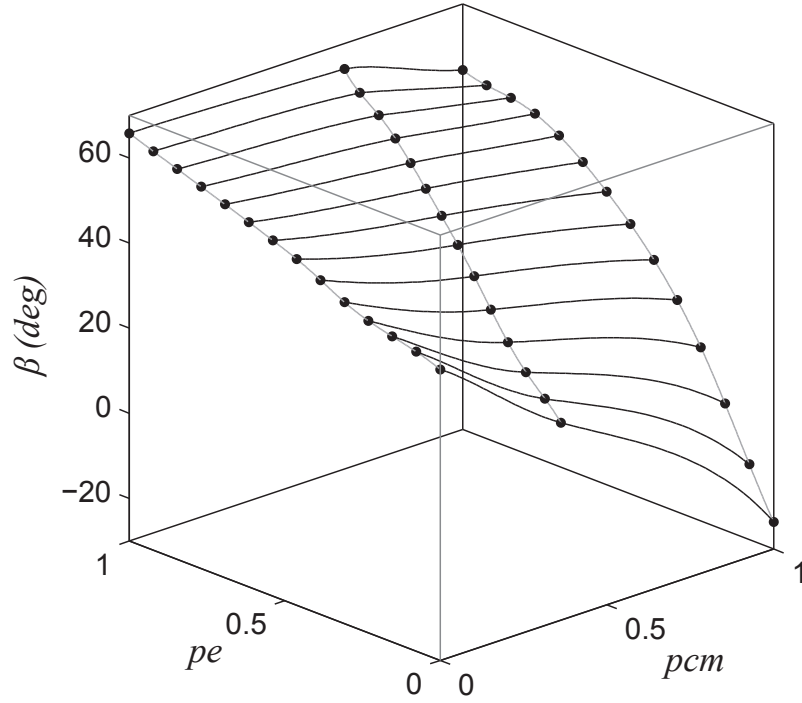


Figure 3.15 Distribution de l'angle- $\beta$  dans la direction axiale et dans la direction de l'envergure.

Le même principe est utilisé pour créer la distribution de l'épaisseur dans la direction axiale et dans la direction de l'envergure. La figure 3.16 illustre cette distribution.

Avec ces courbes de distribution de l'angle- $\beta$  et de l'épaisseur, il est possible de créer l'extrados et l'intrados de chaque section.

### 3.3.1 Systèmes de coordonnées

On doit tout d'abord définir les différents systèmes de coordonnées qui nous seront utiles afin de créer la géométrie. Noter que ces systèmes de coordonnées sont tirés des travaux de Miller et al. [15].

Définissons en premier un vecteur unitaire  $u$ .

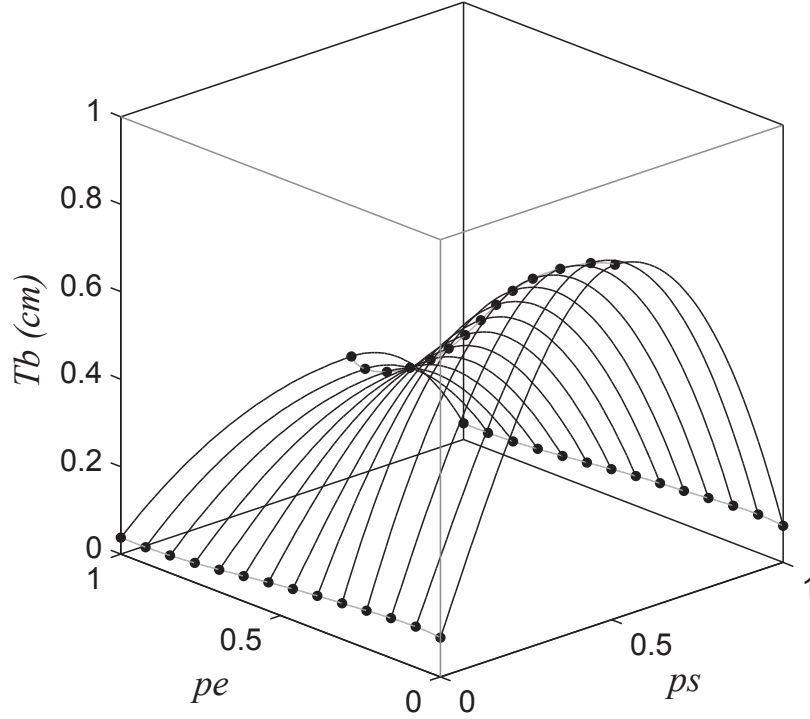


Figure 3.16 Distribution de l'épaisseur ( $Tb$ ) dans la direction axiale et dans la direction de l'envergure.

$$u \in [0, 1] \quad (3.18)$$

Les courbes qui définissent la direction méridionale de chaque section (voir figure 3.3) sont exprimées dans le système de coordonnées  $R - x$ . La coordonnée  $m$  peut donc être exprimée sous forme paramétrique dans laquelle les coordonnées  $R$  et  $x$  d'un point sur la courbe sont données comme des fonctions explicites du paramètre indépendant  $u$ .

$$m(u) = f(R(u), x(u)) \quad u \in [0, 1] \quad (3.19)$$

Sous forme différentielle on a :

$$dm = \sqrt{(dR)^2 + (dx)^2} \quad (3.20)$$

En exprimant  $R$  et  $x$  en fonction du vecteur unitaire  $u$ , il est possible de déterminer la coordonnée  $m$ .

$$m = \int_0^u \sqrt{(R_u(u))^2 + (x_u(u))^2} du \quad (3.21)$$

Noter que l'indice  $u$  représente la dérivée de la variable ( $R$  et  $x$ ) dans la direction  $u$ .

À partir de cette coordonnée  $m$ , il est nécessaire de définir deux espaces 2D. Le premier espace est en coordonnées  $m$ - $R\theta$  et sera utilisé pour déterminer l'épaisseur de la section étant donné que cet espace de coordonnée préserve les longueurs lorsque appliqué sur la surface de révolution. Le deuxième espace est en coordonnées  $m'$ - $\theta$  et sera utilisé pour déterminer les angles de la section étant donné que celui-ci préserve les angles lorsque appliqué sur la surface de révolution. Ceci est illustré à la figure 3.17. Notez que la coordonnée  $m'$  est définie en normalisant  $m$  par  $R$ .

$$dm' = \frac{dm}{R} \quad (3.22)$$

$$m' = \int_0^u \frac{m_u(u)}{R(u)} du \quad (3.23)$$

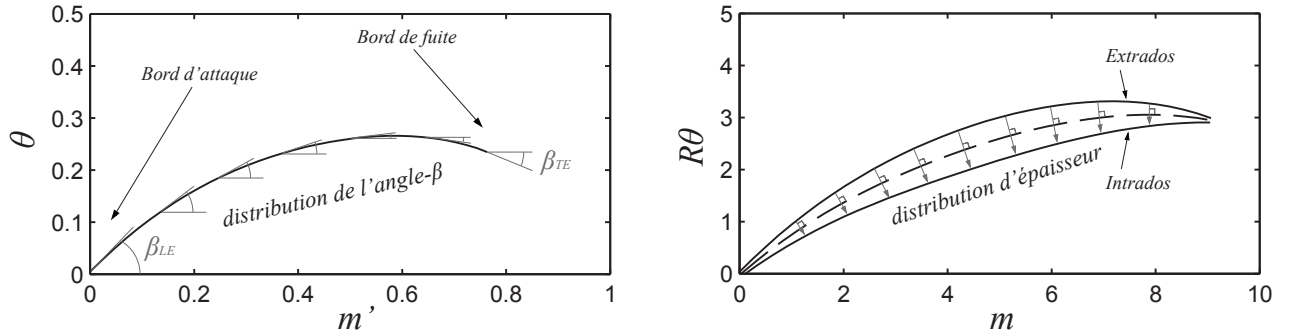


Figure 3.17 Espaces 2D de coordonnées. (Gauche)  $m'$ - $\theta$ ; (Droite)  $m$ - $R\theta$

### 3.3.2 Création des sections 2D

Chaque variable ( $R, x, m, m', \theta, R\theta$ ) est exprimée en fonction du même vecteur unitaire  $u$ . Ainsi, il est possible de déterminer n'importe quelle variable en fonction d'une autre à une position  $u$  correspondante. Ainsi, la première étape de la création des sections 2D est de déterminer le vecteur  $u$  qui correspond à la corde méridionale (voir figure 3.3). En évaluant quelles valeurs de  $u$  correspondent aux valeurs de  $R$  et  $x$  qui définissent la corde méridionale, on obtient un vecteur  $u_S$  qui permet d'exprimer chaque variable sur la même plage. Par

exemple,  $m(u_S)$  et  $m'(u_S)$  correspondent aux valeurs de  $m$  et de  $m'$  qui définissent la corde méridionale.

$$u_S \in [a, b] \quad 0 < a < b < 1 \quad (3.24)$$

Ensuite, pour créer l'extrados de la section, on doit convertir la distribution d'angle- $\beta$  en une distribution de pente, afin de pouvoir l'intégrer et obtenir la courbe résultante dans l'espace  $m'$ - $\theta$ .

$$\theta(m') = \int \tan(\beta(m')) dm' \quad m' = m'(u_S) \quad (3.25)$$

La coordonnée  $R\theta$  est alors déterminée en multipliant  $\theta$  par  $R$

$$R\theta(u_S) = \theta(u_S) \cdot R(u_S) \quad (3.26)$$

L'intrados de la section est créé comme un décalage de l'extrados perpendiculaire à la ligne de cambrure (voir figure 3.17). Afin de pouvoir appliquer l'épaisseur perpendiculairement à la ligne de cambrure, il est nécessaire de trouver l'angle que fait la normale de la ligne de cambrure. Ainsi, il sera possible de déterminer les composantes du décalage à appliquer à l'extrados dans la direction  $m$  et  $R\theta$ . Pour ce faire, considérons un segment infinitésimal de la section (voir figure 3.18). Afin de déterminer l'angle de la normale de la ligne de cambrure, il est nécessaire de considérer la variation d'angle de l'extrados et la variation de l'épaisseur.

$$\alpha = \arctan\left(\frac{dR\theta}{dm}\right) \quad (3.27)$$

$$\phi = \arcsin\left(\frac{\frac{1}{2} \frac{dTb}{dm}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dR\theta}{dm}\right)^2}}\right) \quad (3.28)$$

$$\sigma = \alpha - \phi \quad (3.29)$$

Conséquemment,

$$m_{mean} = m_{suct} + \frac{Tb}{2} \sin \sigma \quad (3.30)$$

$$R\theta_{mean} = R\theta_{suct} - \frac{Tb}{2} \cos \sigma \quad (3.31)$$

et,

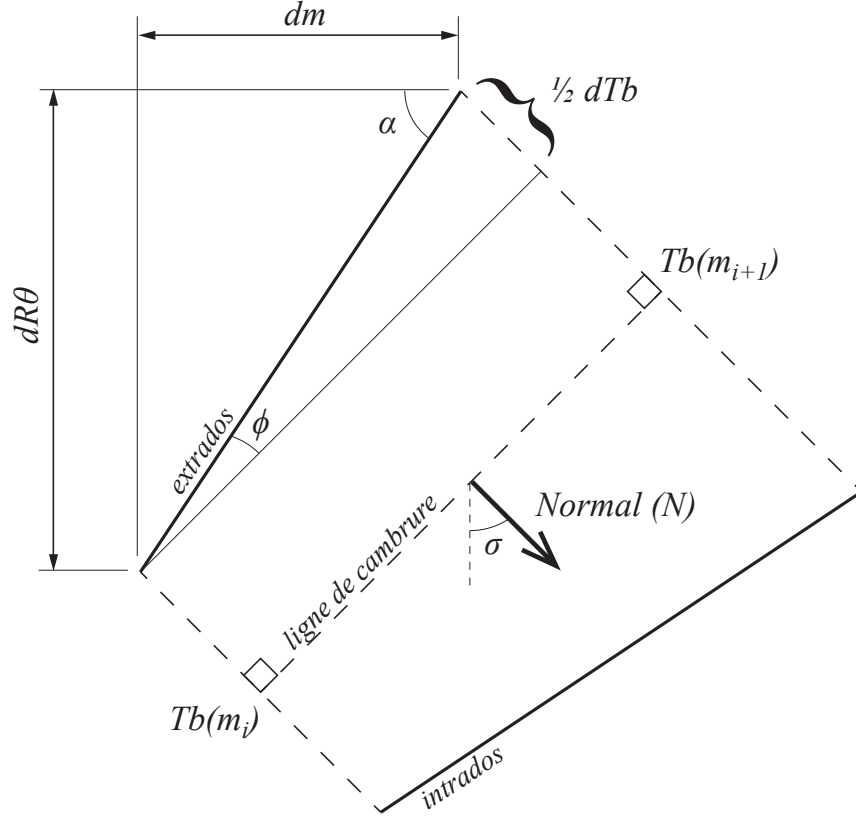


Figure 3.18 Application de l'épaisseur perpendiculairement à la ligne de cambrure.

$$m_{pres} = m_{mean} + \frac{Tb}{2} \sin \sigma \quad (3.32)$$

$$R\theta_{pres} = R\theta_{mean} - \frac{Tb}{2} \cos \sigma \quad (3.33)$$

Tel que mentionné précédemment, l'extrados et l'intrados de la section sont clos par des arcs de cercle afin de former le bord d'attaque et la bord de fuite de la section (voir figure 3.19).

L'angle  $\psi$  et le rayon de l'arc de cercle  $r$  sont déterminés selon l'épaisseur et l'angle entre l'extrados et l'intrados au bord d'attaque et au bord de fuite.

$$\psi = \arccos \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{\|\vec{n}_1\| \|\vec{n}_2\|} \quad (3.34)$$

$$r = \left| \frac{Tb_{LE,TE}}{2 \cos \left( \frac{\psi}{2} \right)} \right| \quad (3.35)$$

L'arc de cercle est créé dans l'espace  $m$ - $R\theta$  et une matrice de rotation et de translation le

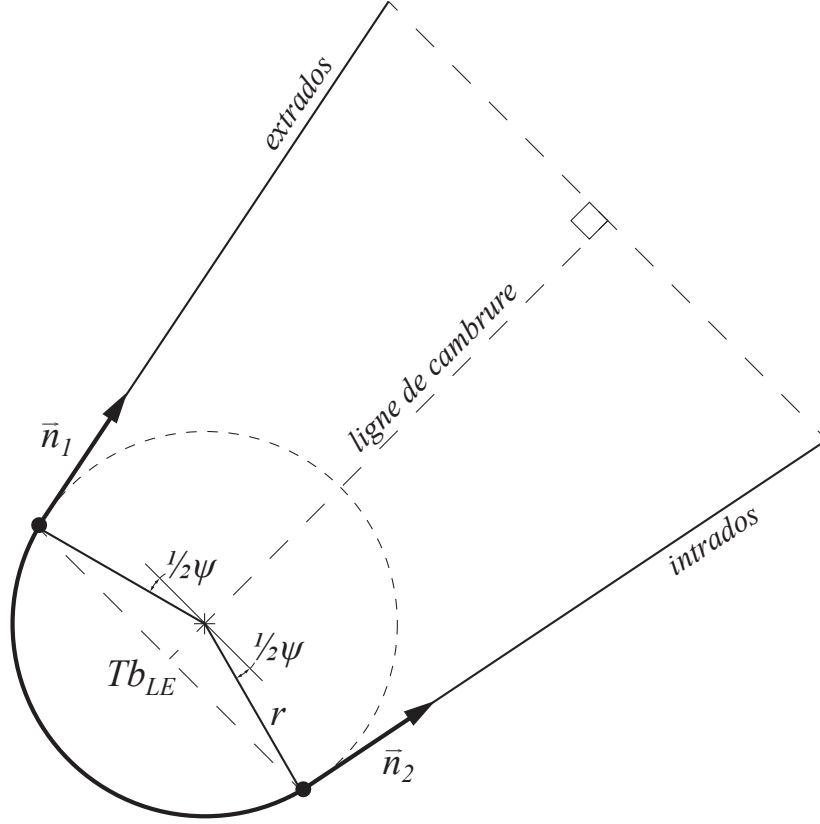


Figure 3.19 Bord d'attaque de la section clos par un arc de cercle

positionne correctement dans l'espace afin que ses extrémités coïncident avec les extrémités de l'extrados et de l'intrados.

$$m = r \sin(\omega) \quad \omega \in \left[ -\left( \frac{\pi}{2} - \frac{\psi}{2} \right), \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\psi}{2} \right) \right] \quad (3.36)$$

$$R\theta = r \cos(\omega) \quad \omega \in \left[ -\left( \frac{\pi}{2} - \frac{\psi}{2} \right), \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\psi}{2} \right) \right] \quad (3.37)$$

Après cette étape, la section est complétée et un vecteur  $u$  est créé pour chaque segment de la section ( $u_S, u_P, u_{LE}, u_{TE}$ ). Avec ces vecteurs  $u$ , il est possible d'exprimer chaque segment de la section dans n'importe quel système de coordonnées.

Ainsi, la dernière étape de la création de la section est de déterminer le décalage ( $\theta_{Shift}$ ) dans la direction  $\theta$  de la section (voir figure 3.7). Ce décalage est obtenu en sectionnant la courbe de décalage (voir figure 3.20) aux coordonnées correspondantes aux surfaces de révolution. Noter qu'une courbe linéaire constante aurait pour effet d'avoir le centroïde de chaque section aligné un au-dessus de l'autre. On peut noter aussi que cette courbe de décalage



peut être translatée dans la direction de  $\theta_{Shft}$  sans modifier la géométrie de la pale. Une translation dans la direction de  $\theta_{Shft}$  aura seulement pour effet de déplacer la pale dans la direction tangentielle sur la surface de révolution. Étant donné que la soufflante est une pièce de révolution, ce changement n'a aucune influence sur la géométrie finale de la pièce.

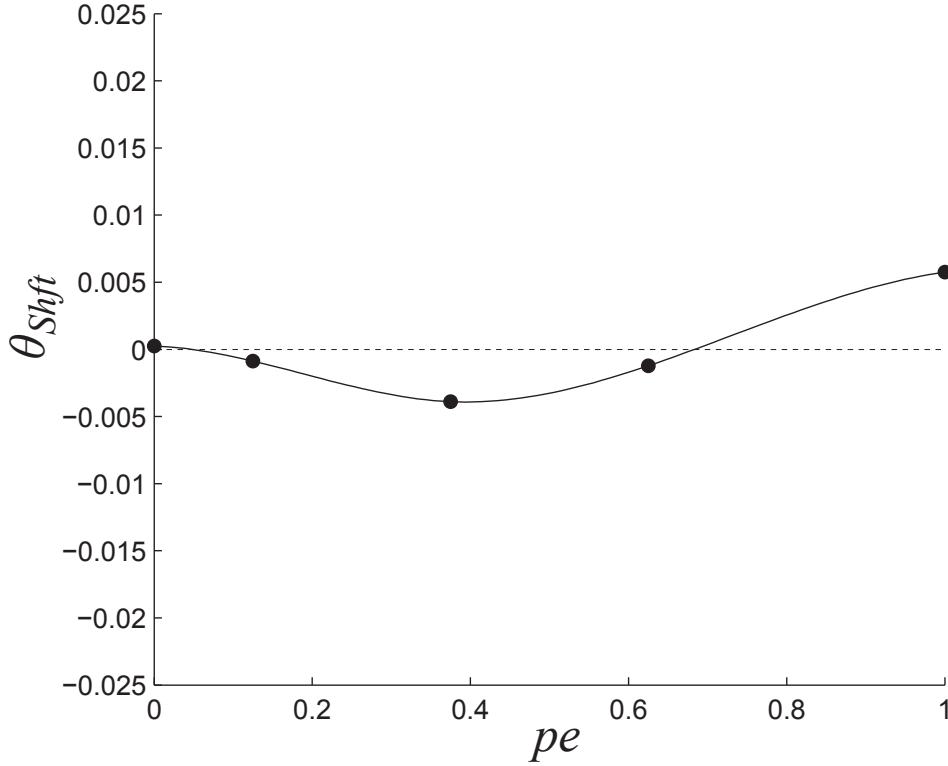


Figure 3.20 Courbe de décalage

Afin d'appliquer le décalage, le centroïde ( $\theta_{cent}$ ) de chaque section est d'abord calculé dans l'espace  $m'-\theta$  selon les équations 3.12 à 3.14 ( $x = m'$  et  $y = \theta$ ) et chaque section subit une translation afin que leur centroïde coïncide avec la courbe  $\theta = 0$ . Ensuite chaque section subit une deuxième translation d'une valeur égale au décalage  $\theta_{Shft}$  correspondant.

$$\begin{aligned}
 x_{S,P,LE,TE} &= x(u_{S,P,LE,TE}) \\
 R_{S,P,LE,TE} &= R(u_{S,P,LE,TE}) \\
 \theta_{S,P,LE,TE} &= \theta(u_{S,P,LE,TE}) - \theta_{cent} + \theta_{Shft}
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Le transfert de coordonnée entre le système de coordonnée  $x-R-\theta$  et le système de coordonnée  $x-y-z$  est le suivant ;

$$\begin{aligned}
 x &= x \\
 y &= R \sin(\theta) \\
 z &= R \cos(\theta)
 \end{aligned}
 \tag{3.39}$$

### 3.3.3 Création de la géométrie 3D

Une fois les sections 2D créées, la géométrie 3D peut être construite à l'intérieur de l'interface CAD.

Tout d'abord, les points sont exportés en coordonnées  $x-y-z$  par fichiers *XML* afin d'être importés dans l'interface CAD, Dassault Système<sup>®</sup> CATIA<sup>®</sup>. Chacune des quatre (4) portions de la pale (extrados, intrados, bord d'attaque et bord de fuite) est importé indépendamment.

Ensuite, une surface multi-sections est construite pour chacune des quatre (4) portions de la pale à partir de deux courbes guides définie par les premiers et derniers points de chaque portion de section. Ceci est montré à la figure 3.21.

Finalement, les quatre (4) portions sont jointes ensemble pour former la géométrie surfacique de la pale.

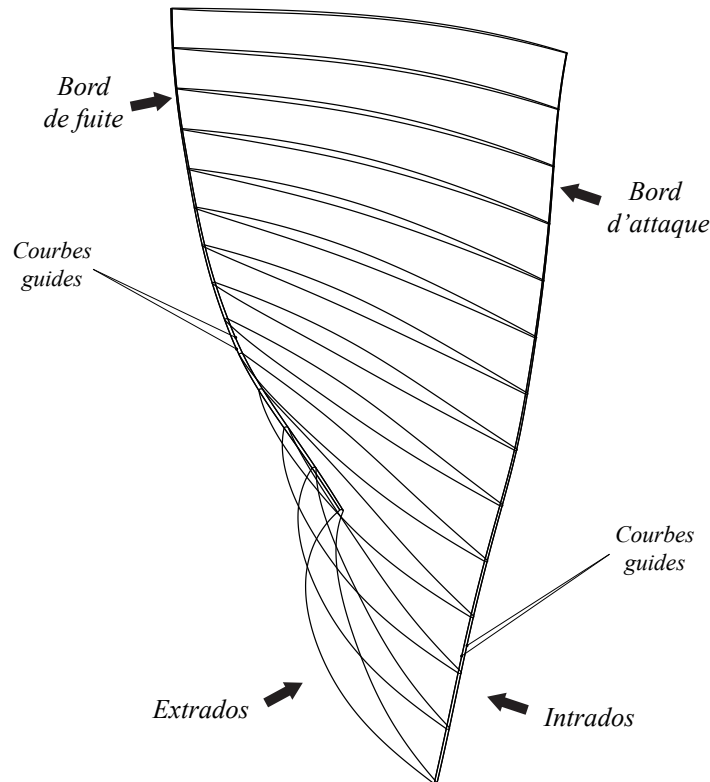


Figure 3.21 Création de la géométrie 3D dans l'interface CAD

## CHAPITRE 4

### MODIFICATION DE LA GÉOMÉTRIE

Comme mentionné au chapitre précédent, la paramétrisation proposée vise à réduire le nombre de paramètres nécessaires à la définition complète de la géométrie de la pale. La gestion des points de contrôle des splines devient donc très importante étant donné que ces points définissent la distribution complète des paramètres dans la direction de l'envergure. La distribution d'un paramètre peut être représentée par une spline qui possède peu de points de contrôle ( $\leq 4$ ) afin de bénéficier d'une distribution relativement régulière avec peu de variations et peu de points d'inflexion. Inversement, la distribution d'un paramètre peut nécessiter une spline qui possède plusieurs points de contrôle ( $\geq 6$ ) afin de capturer certaines variations du paramètre dans la direction de l'envergure. La figure 4.1 montre ces deux types de distributions.

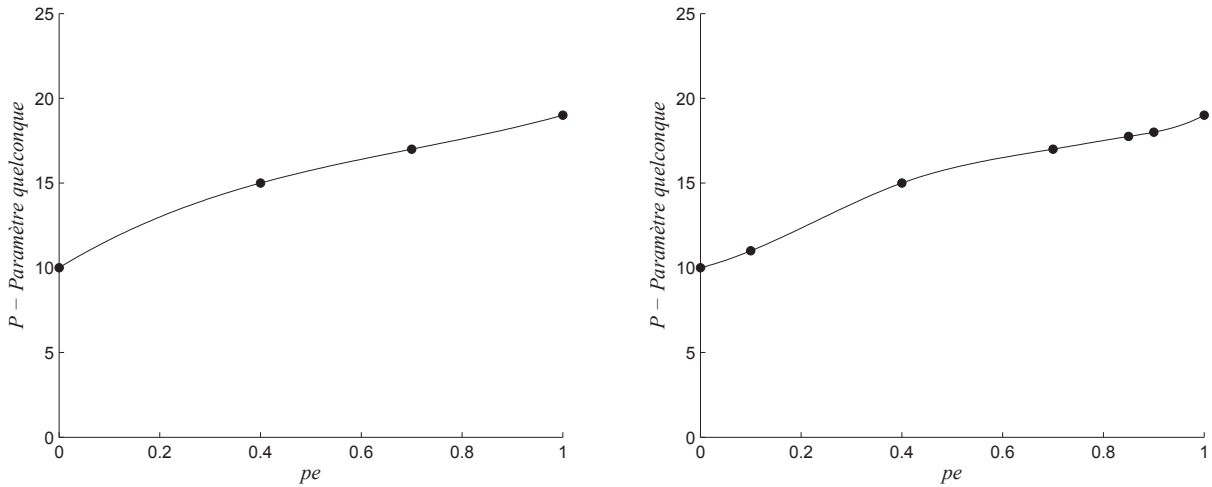


Figure 4.1 Comparaison entre une distribution avec peu et beaucoup de points de contrôle.

Dans un processus d'optimisation automatique, les paramètres qui définissent la géométrie de la pale sont modifiés afin de générer de nouvelles géométries dans le but d'optimiser les performances de la soufflante. En ce sens, les deux types de distributions présentés à la figure 4.1 présentent des avantages lorsque utilisés dans un processus d'optimisation automatique. Avec peu de points de contrôle, il est possible d'obtenir des variations très graduelles des paramètres dans la direction de l'envergure et des courbes plus régulières lorsque les points de contrôle seront modifiés. Inversement, une distribution qui possède un nombre plus

élevé de points de contrôle offrira plus de flexibilité et permettra de modifier la géométrie plus localement. Par contre, ce type de distribution peut facilement devenir irrégulière étant donné le niveau de contrôle sur ceux-ci. Ce chapitre présentera une méthode qui a été développée afin de modifier la distribution des paramètres d'un point de vue local ou global.

#### 4.1 Module multi-niveau

Dans certains cas, il est nécessaire d'avoir une distribution possédant plusieurs points de contrôle afin de capturer certains détails dans la direction de l'envergure. Par contre, dans le processus de conception préliminaire, une modification globale de cette distribution peut être souhaitée. Ainsi, plusieurs points de contrôle doivent être modifiés en même temps et cette opération peut devenir complexe.

Par exemple, considérons la distribution d'épaisseur au bord d'attaque de la pale qui est définie par la spline présentée à la figure 4.2. Cette spline possède 6 points de contrôle qui sont requis pour bien capturer la variation de ce paramètre dans la direction de l'envergure. Supposons que l'on doive augmenter l'épaisseur de 0.1 mm à 30% de l'envergure. Étant donné qu'il n'y a pas de points de contrôle à cet endroit précis, il sera nécessaire d'en modifier plus d'un pour satisfaire cette requête. Cette tâche peut s'avérer relativement simple pour un utilisateur expérimenté étant donné qu'il est assez évident de relever quels sont les points de contrôle qui doivent être modifiés afin d'obtenir la modification voulue. Par contre, pour un optimiseur, une infinité de solutions permettent de rencontrer cette requête. La figure 4.3 illustre cette idée. Les trois courbes illustrées sur les figures 4.3 a), b) et c) permettent de rencontrer cette requête, mais seulement une seule nous apparaît comme raisonnable. Il est donc nécessaire de contrôler l'optimiseur afin de le diriger vers la solution voulue.

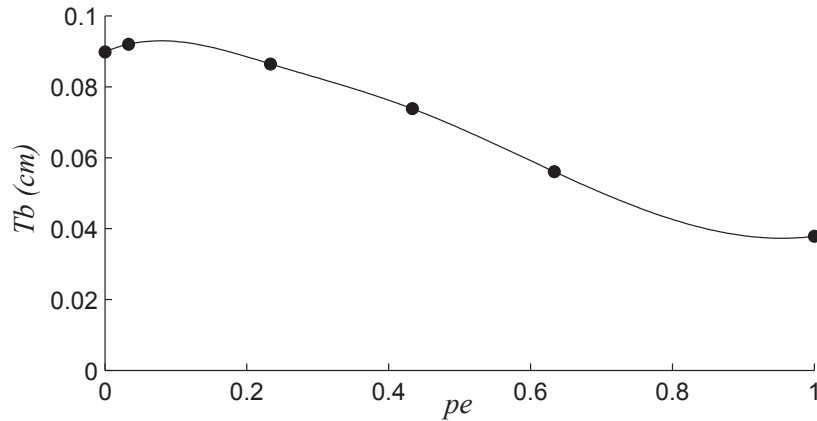


Figure 4.2 Distribution de l'épaisseur ( $Tb$ ) au bord d'attaque de la pale dans la direction de l'envergure.

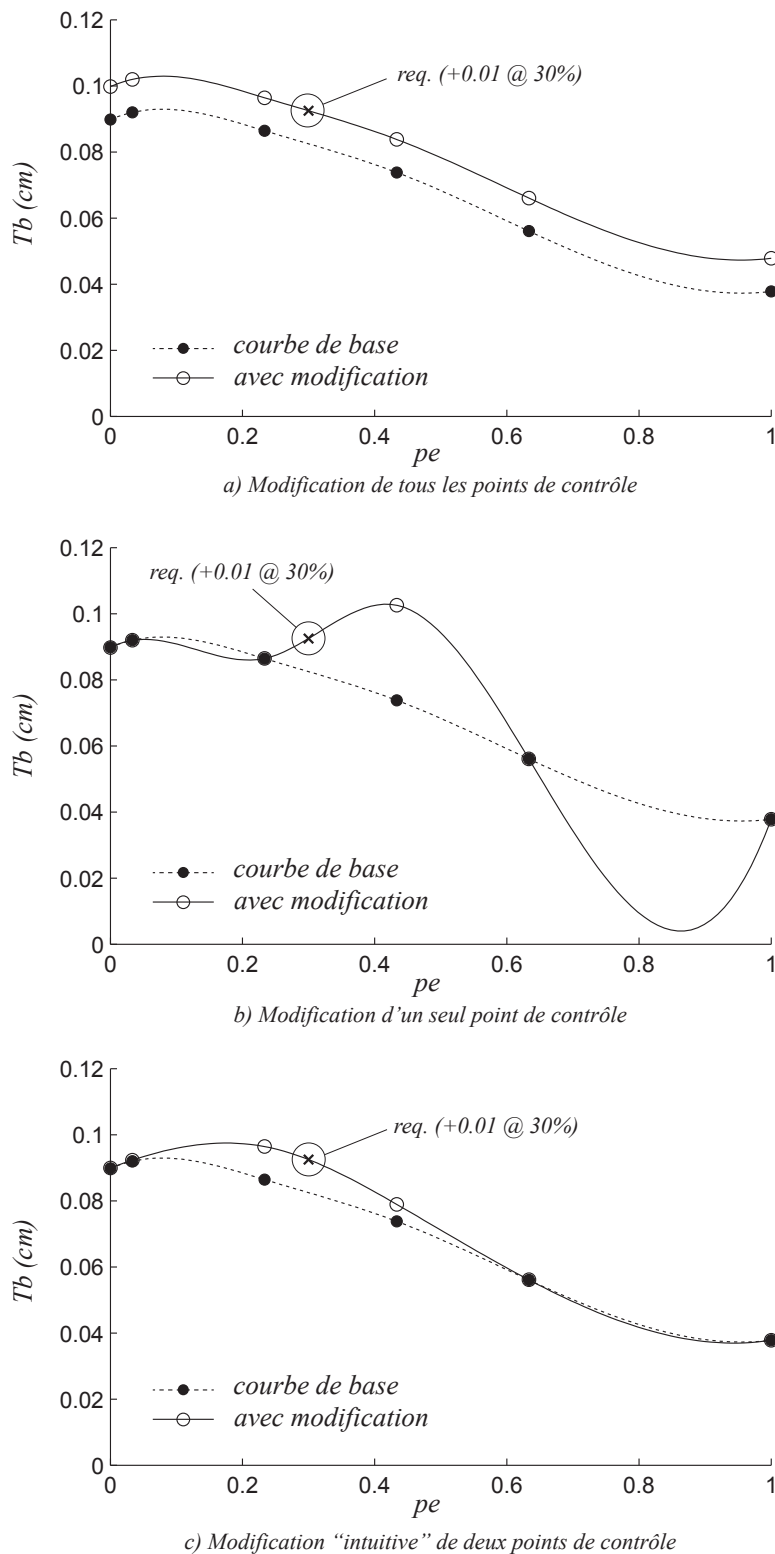


Figure 4.3 Trois façons différentes de rencontrer la requête d'une augmentation d'épaisseur de 0.1mm à 30% de l'envergure pour la distribution de l'épaisseur au bord d'attaque de la pale.

Tentons de décrire le processus employé par un ingénieur expérimenté et qui lui permet de déterminer quels sont les points de contrôle qui doivent être modifiés afin d'obtenir la modification voulue. D'abord, lorsqu'une augmentation de l'épaisseur à 30% de l'envergure est demandée, il est en général implicitement demandé que la modification soit concentrée autour de cet endroit. Une modification de la totalité de la distribution telle que présentée à la figure 4.3 a) n'est donc pas souhaitable. De plus, il est aussi fort probable qu'on veuille que cette modification n'affecte qu'une certaine portion de la courbe et que le restant de la distribution reste relativement inchangé. En ce sens, la solution présentée à la figure 4.3 b) n'est d'autant pas souhaitable. Ces deux principes guident naturellement notre pensée lorsqu'on évalue quelle courbe est la meilleure pour représenter la modification requise (voir la figure 4.3 c)).

Un module de modification multi-niveau a été développé afin de permettre la modification globale ou locale de la distribution d'un paramètre. Le principe de base de ce module repose sur une courbe d'influence qui limite le mouvement des points de contrôle selon leur distance relative par rapport à la position de la requête. Une courbe de Gauss normalisée donnée par l'équation 4.1 est utilisée afin de quantifier la distance entre la requête et les différents points de contrôle.

$$Infl(pe) = e^{-(pe-\mu)^2/2\sigma^2} \quad (4.1)$$

Deux paramètres sont nécessaires pour définir la courbe normale de Gauss :  $\mu$  et  $\sigma$ . Pour la courbe Gaussienne,  $\mu$  représente la moyenne de la distribution, soit la position du centre de la cloche et  $\sigma$  représente l'écart type de celle-ci, soit l'étendue de la fonction. Dans le module développé,  $\mu$  représente donc la position dans la direction de l'envergure de la modification requise et  $\sigma$  est un paramètre qui définit l'étendue de la plage sur laquelle la modification aura une influence. La figure 4.4 montre la courbe d'influence pour la requête présentée ci-haut (30% de l'envergure). Une valeur de  $\sigma$  de 0.1 a été utilisée. Les points (●) dans cette figure représentent la position des points de contrôle et leur valeur d'influence.

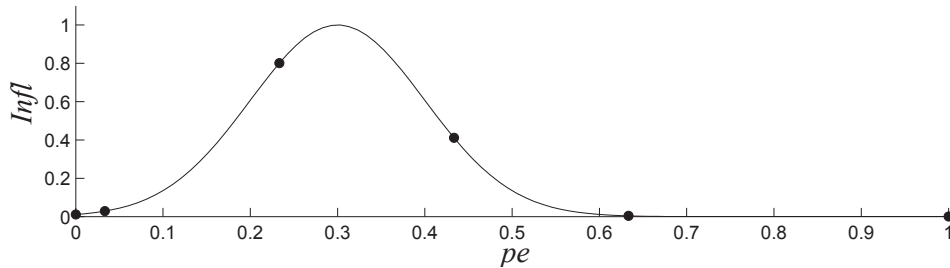


Figure 4.4 Courbe d'influence pour une modification à 30% de l'envergure.  $\mu = 0.3$  ;  $\sigma = 0.1$

Comme on le remarque à la figure 4.4, pour la modification requise, les points de contrôle qui ont le plus d'influence sur la modification sont les deux points de contrôles situés de part et d'autre de la position à 30% de l'envergure. Les autres points de contrôle n'ont pratiquement aucune influence sur la modification. En augmentant ou en réduisant le paramètre  $\sigma$ , plus ou moins de points de contrôle auront de l'influence sur la modification. La figure 4.5 illustre cette idée.

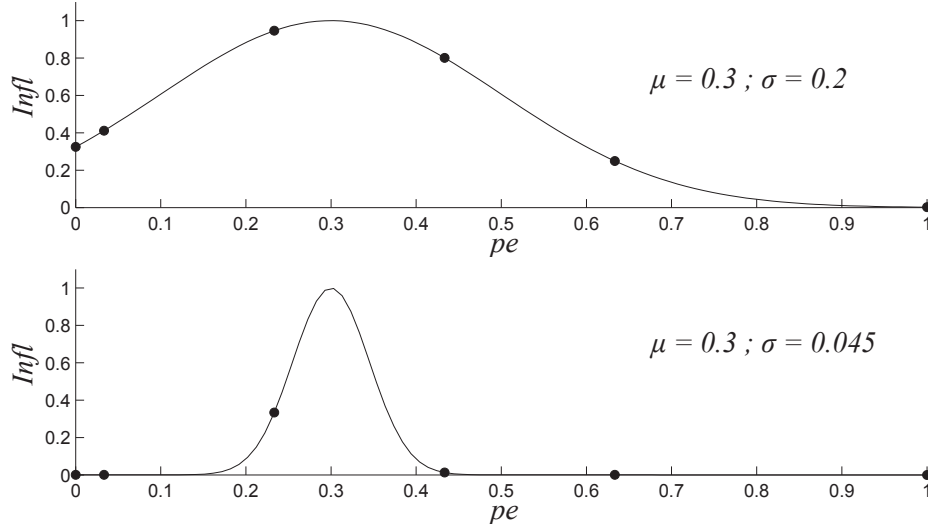


Figure 4.5 Influence du paramètre  $\sigma$  sur la distribution de la courbe d'influence.

Finalement, pour appliquer la modification, une optimisation simple est effectuée en ayant pour seule variable d'optimisation,  $V$ , une variable qui multiplie l'influence de chaque point de contrôle déterminée par la fonction d'influence. Ces valeurs sont alors ajoutées aux valeurs de la courbe de base et l'optimiseur tend à minimiser la distance entre la courbe modifiée et la requête. La figure 4.6 illustre cette idée. L'optimiseur *fminsearch* de MathWorks<sup>TM</sup> MATLAB<sup>®</sup> est utilisé. Le schéma d'optimisation est présenté à la figure 4.7. Noter que dans ce module de modification, la position des points de contrôle n'est modifiée que dans la direction du paramètre  $P$ .

Des exemples d'application de ce module de modification seront réalisés à l'aide de cette procédure au chapitre suivant.

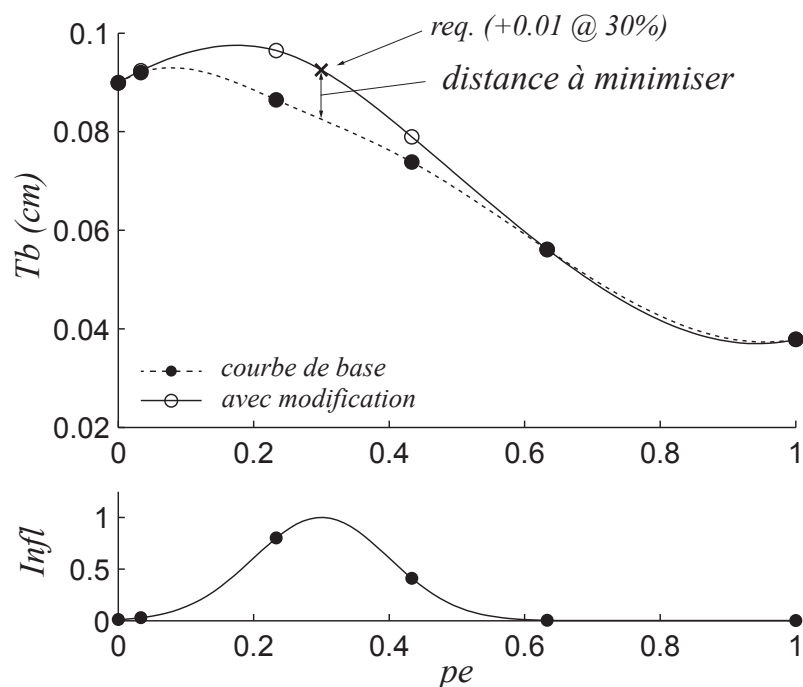


Figure 4.6 Application de la modification de 0.1mm à 30% de l'envergure.  $\mu = 0.3$  ;  $\sigma = 0.1$

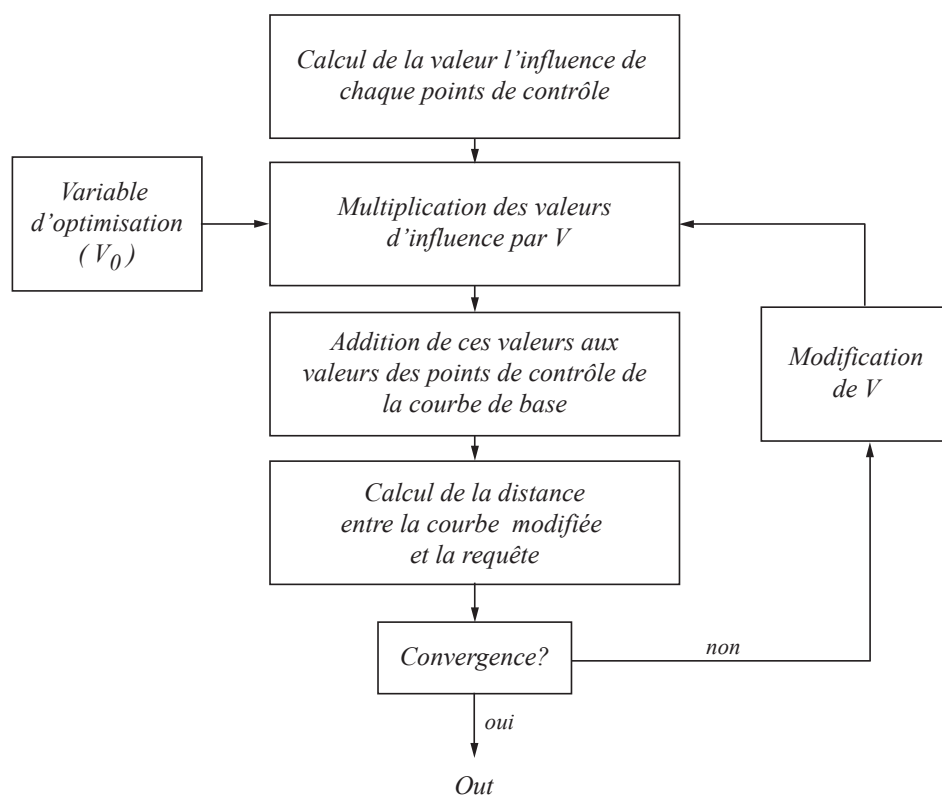


Figure 4.7 Schéma d'optimisation pour le module de modification multi-niveau



## CHAPITRE 5

### RÉSULTATS

La géométrie de la pale du rotor 67 de la NASA sera utilisée pour la validation de l'approche proposée pour la paramétrisation et la modification de la géométrie d'une pale de soufflante.

#### 5.1 Rotor 67

Le rotor 67 de la NASA est une soufflante de vingt-deux (22) pales à écoulement axial présentant un faible *aspect ratio*. Ce rotor a été conçu pour être utilisé sans aubages directeurs et sans stator. La géométrie de cette soufflante est présentée à la figure 5.1. Les références pour la description et la géométrie de ce rotor sont présentées dans les travaux de Strazisar et al. [1]. Ces derniers utilisent la nomenclature suivante pour les différentes variables. Les noms de variable entre parenthèses sont l'équivalent dans le cadre de ce mémoire.

Z	Coordonnée axiale ( $x$ )
R	Coordonnée radiale ( $R$ )
THSP1	Coordonnée tangentielle de la surface 1 - extrados ( $\theta$ )
THPS2	Coordonnée tangentielle de la surface 2 - intrados ( $\theta$ )
TNPC	Épaisseur normale à la ligne de cambrure ( $Tb$ )
BETA	Angle de la ligne de cambrure à partir de la direction méridionale ( $\beta$ )
BETA1	Angle de la surface 1 - extrados à partir de la direction méridionale ( $\beta$ )
BETA2	Angle de la surface 2 - intrados à partir de la direction méridionale ( $\beta$ )

##### 5.1.1 Géométrie de référence

La géométrie qui sera considérée comme la géométrie de référence pour la comparaison avec la paramétrisation proposée est décrite par Strazisar et al. comme une série de quatorze (14) sections distribuées de façon radiale le long de l'envergure. Chacune des sections est décrite par une série de trente-cinq (35) points décrivant la position axiale, radiale et tangentielle de l'extrados et de l'intrados. De plus, les travaux présentent les valeurs d'épaisseurs et d'angles des sections.

Pour chaque section, les coordonnées axiales et radiales sont les mêmes pour les deux surfaces (extrados et intrados). Conséquemment le premier et le dernier point de la distribu-

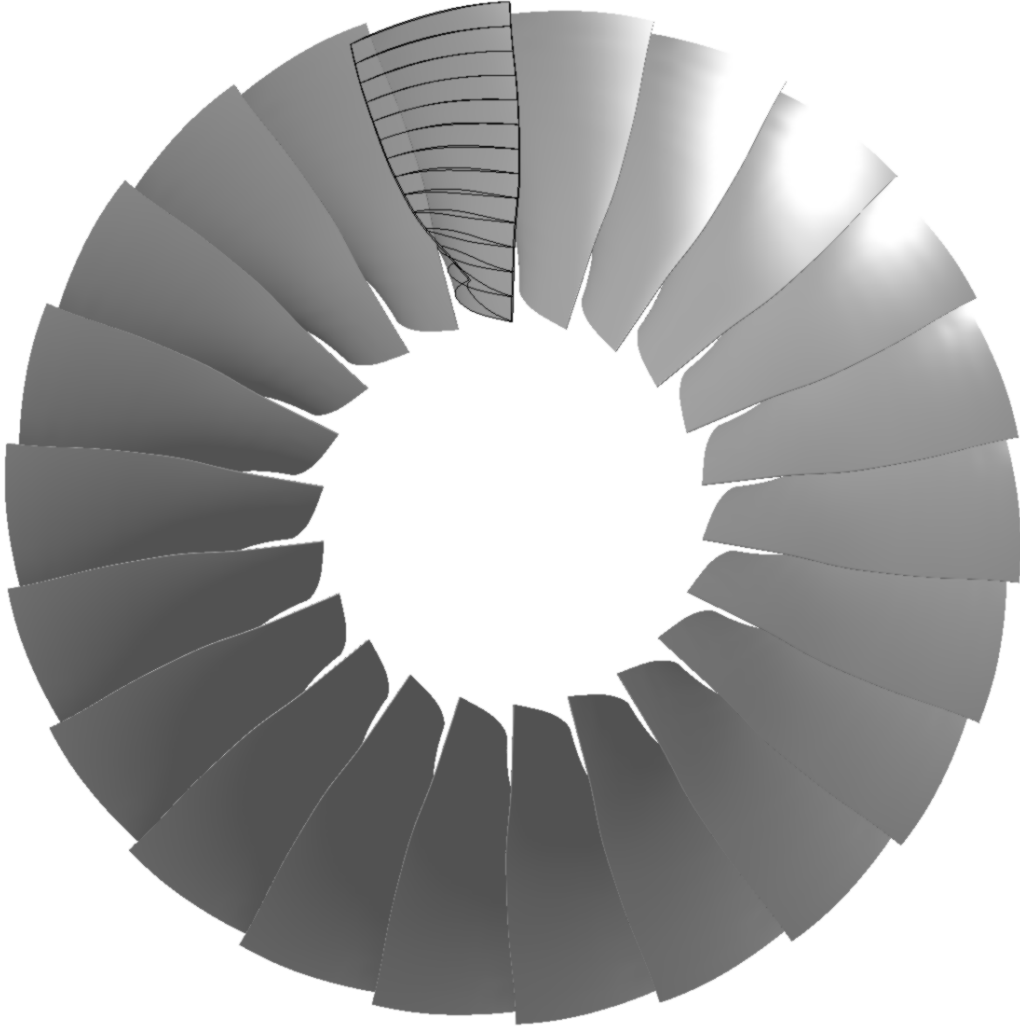


Figure 5.1 Soufflante du Rotor 67 de la NASA.

tion sont des points virtuels qui ne sont pas utilisés dans la géométrie finale. La figure 5.2 montre cette idée. Les coordonnées des points de tangence et du centre du cercle qui forment le bord d'attaque et le bord de fuite de chaque section sont aussi fournies dans les travaux de Strazisar et al.

À partir de ces informations, il est donc possible de créer les quatorze (14) sections dans l'espace  $x-R-\theta$  et ensuite dans l'espace cartésien par le changement de coordonnées présenté dans l'équation 3.38.

À des fins de compréhension, cette géométrie de référence sera nommée  $R67_{ref}$  pour la suite de ce mémoire. Les points en coordonnées  $x-R-\theta$  et  $x-y-z$  sont présentés en annexe A.

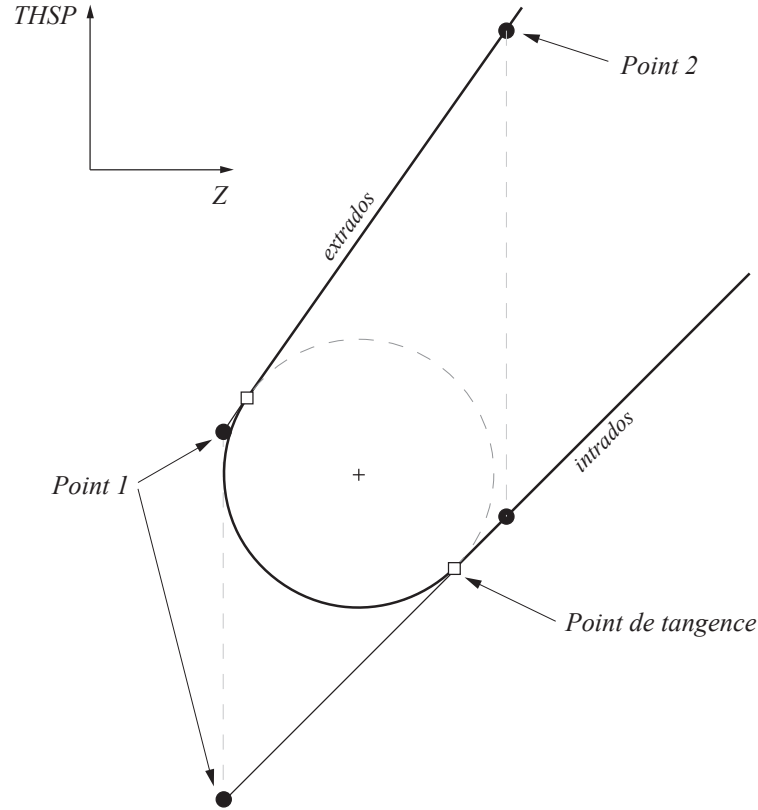


Figure 5.2 Utilisation du premier point de la distribution des points des sections fournies par Strazisar et al.

### 5.1.2 Préparation des variables pour l'approche proposée

La définition des différentes variables relatives au rotor 67 de la NASA fournie dans les travaux de Strazisar et al. ne peut pas être utilisée telle quelle dans la paramétrisation proposée. En effet, Strazisar et al. fournissent dans leur travaux la distribution résultante d'angle et d'épaisseur de chaque section. Pour appliquer la paramétrisation proposée, il est d'abord nécessaire de déduire les variables suivantes de la définition des sections fournies :

- Position et longueur de la corde méridionale de la section
- Angle  $\beta$  au bord d'attaque et au bord de fuite de l'extrados
- Angle  $\beta$  à une position médiane entre le bord d'attaque et le bord de fuite
- Position dans la direction méridionale du point médian défini à l'item précédent
- Dérivée de l'angle  $\beta$  (courbure) à ces trois points
- Épaisseur perpendiculaire à la ligne de cambrure au bord d'attaque et au bord de fuite
- Épaisseur à une position médiane entre le bord d'attaque et le bord de fuite

- Position dans la direction  $s$  du point médian défini à l’item précédent
- Dérivée de l’épaisseur à ces trois points
- Décalage de la section par rapport à son centroïde

Ensuite, en ayant toutes ces variables pour chacune des quatorze (14) sections, il sera possible de construire les splines qui définiront la distribution de chaque variable dans la direction de l’envergure.

### Position et longueur de la corde méridionale de la section

Étant donné que l’on désire définir la section à partir de son extrados, on doit simplement utiliser la coordonnée dans la direction méridionale du point de tangence du cercle qui forme le bord d’attaque et le bord de fuite de chaque section. La figure 5.3 illustre cette idée. Étant donné que chaque section repose sur une surface de révolution, seules ces coordonnées sont nécessaires pour définir la position et la longueur de la corde méridionale.

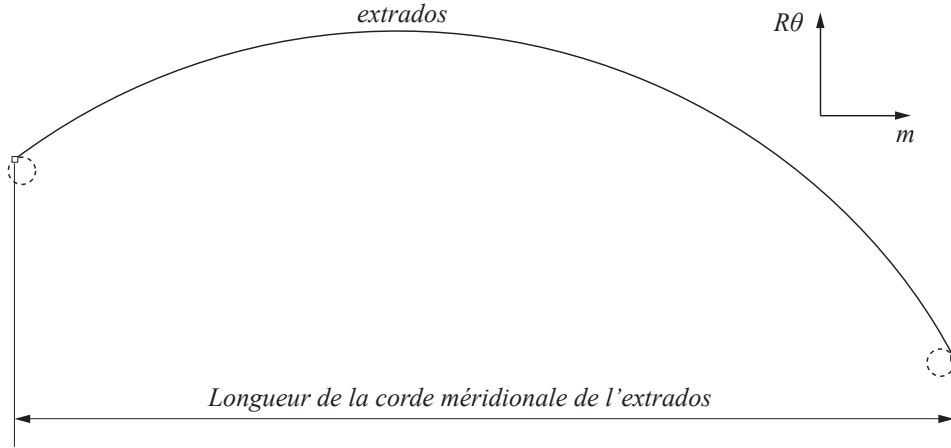


Figure 5.3 Définition de la corde méridionale de l’extrados de chaque section

Chaque surface de révolution est construite selon une courbe dans l’espace  $R$ - $x$ . Ces coordonnées permettent d’exprimer la courbe selon la dimension  $m$  (voir Eq. 3.18 à 3.21). Conséquemment, si on exprime chaque variable selon un vecteur unitaire  $u$ , il est possible d’obtenir à partir de la coordonnée  $m$ , les coordonnées  $R$  et  $x$  pour chacune des sections. Ainsi, les points qui définissent la longueur et la position de la corde méridionale peuvent être représentés dans l’espace physique  $R$ - $x$  indépendamment des surfaces de révolution. La figure 5.4 illustre cette idée. Noter que l’axe horizontal représente la coordonnée  $R$  et l’axe vertical représente la coordonnée  $x$ .

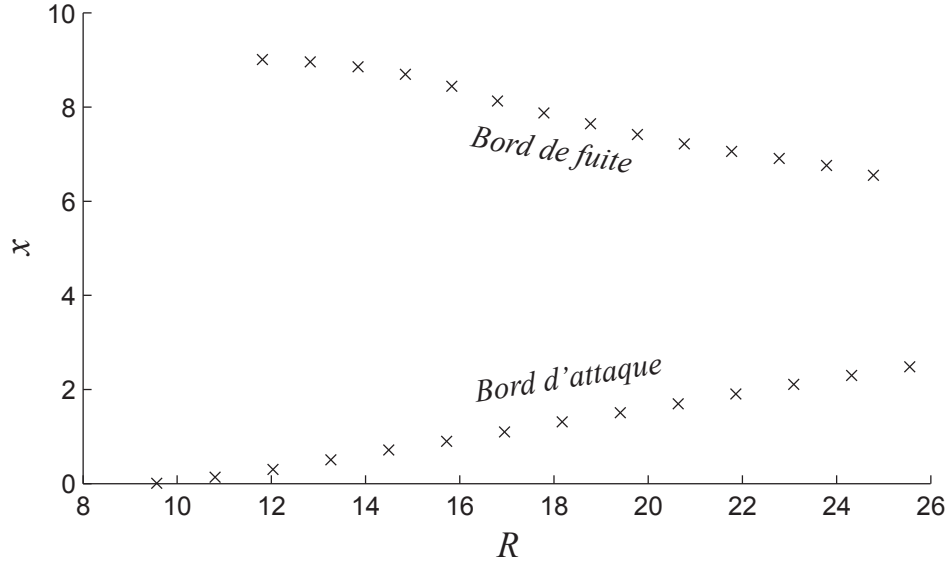


Figure 5.4 Position du bord d'attaque et du bord de fuite de la pale dans l'espace  $R$ - $x$

### Angles $\beta$

Dans la paramétrisation proposée, la distribution d'angle- $\beta$  de l'extrados est définie par trois (3) courbes dans la direction de l'envergure (une pour le bord d'attaque, une pour le bord de fuite et une courbe médiane) qui décrivent la distribution de l'angle  $\beta$  dans cette même direction (voir figure 3.15). Comme mentionné précédemment, ces courbes tridimensionnelles sont construites à partir de deux séries de courbes 2D qui expriment d'abord  $pcm$  en fonction de  $pe$  et  $\beta$  en fonction de  $pe$ .

Dans les travaux de Strazisar et al., la distribution d'angle- $\beta$  est décrite pour chaque section indépendamment. La figure 5.5 illustre la distribution d'angle dans la direction axiale pour les quatorze (14) sections de la pale.

De ces distributions, déduire les angles au bord d'attaque et au bord de fuite des quatorze (14) sections qui forment la pale est explicite. Il suffit de prendre les premiers et derniers points de la distribution d'angle- $\beta$  de chaque section. Par contre, pour obtenir la distribution d'angle à la position médiane entre le bord d'attaque et le bord de fuite, on doit procéder comme suit :

Tout d'abord, les distributions d'angle des quatorze (14) sections de la pale peuvent être recréées à partir des paramètres suivants : l'angle au bord d'attaque et au bord de fuite, l'angle et la position d'un point médian sur la distribution et la courbure aux trois points. La figure 5.6 montre cette idée. Dans cette figure, les  $\times$  représentent la distribution d'angle d'une des quatorze (14) sections fournies par les travaux de Strazisar et al.. Les points  $\bullet$  représentent

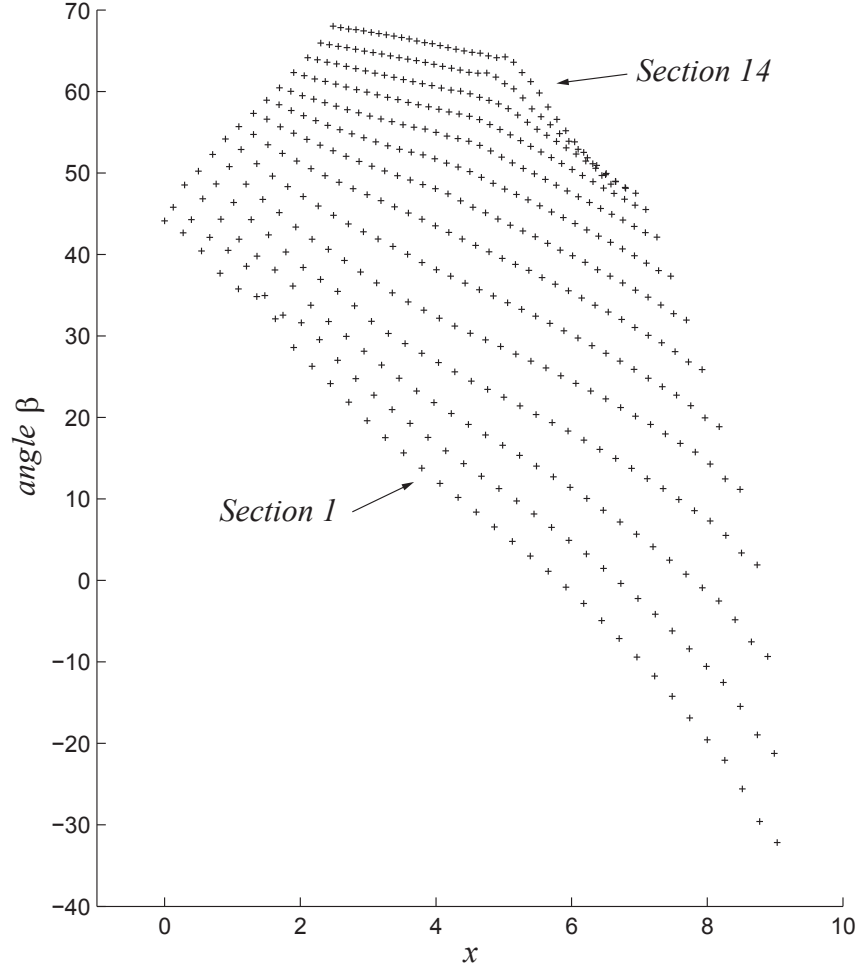


Figure 5.5 Distribution d'angle- $\beta$  de l'extrados des quatorze (14) sections du rotor 67 de la NASA (tirés des travaux de Strazisar et al.)

les trois points qui sont utilisés pour recréer la distribution et la ligne continue représente la distribution recréée. Noter qu'aux trois points  $\bullet$ , la courbure ( $d\beta/ds$ ) est variable.

Conséquemment, cinq (5) variables sont utilisées pour représenter cette distribution : la position du point médian, la courbure au point (1), la courbure au point (3), une courbure à gauche pour le point (2) et une courbure à droite pour le point (2). En ayant une courbure discontinue au point médian, il est possible de représenter plus fidèlement certaines distributions.

Pour trouver quels sont les meilleurs paramètres qui définissent chacune des distributions d'angle de chaque section, une optimisation simple est effectuée. En variant les cinq (5) paramètres énumérés ci-haut et en calculant la distance entre la distribution calculée et la distribution de Strazisar, il est possible de trouver la meilleure combinaison des variables qui minimise cette distance. Pour ce faire, l'optimiseur *fmincon* de MathWorks<sup>TM</sup> MATLAB<sup>®</sup> est

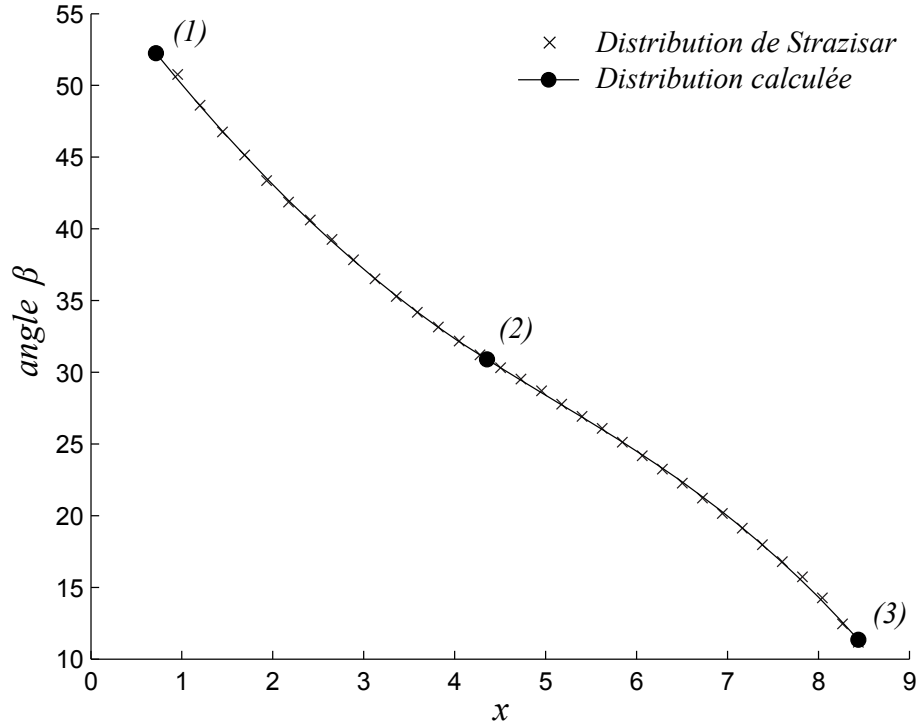


Figure 5.6 Distribution calculée approximant la distribution d'angle- $\beta$  d'une section du rotor 67 de la NASA fournie par les travaux de Strazisar et al.

utilisé.

Une optimisation section par section est effectuée afin de trouver les meilleurs paramètres qui définissent chacune des quatorze (14) distributions des travaux de Strazisar et al. La figure 5.7 illustre le résultat des optimisations lorsque l'optimiseur est laissé libre de section en section.

On remarque rapidement à la figure 5.7 que la distribution de la position du point médian est irrégulière dans la direction de l'envergure. Ceci est causé par le fait que la distribution de chaque section est recréée indépendamment des sections voisines. Ainsi, pour obtenir une distribution lisse des paramètres dans la direction de l'envergure, on doit contrôler l'optimisation des variables qui définissent les distributions de section en section. Pour ce faire, il a été choisi de limiter les bornes de la variable de la position du point médian en prenant en considération la position optimisée du point médian de la section précédente.

Étant donné que la section quatorze (14) possède un point d'inflexion bien défini, il est raisonnable de considérer que le point médian se situe autour de cette région. Conséquemment, on débutera la création des distributions par cette section à rebours jusqu'à la première section (1).

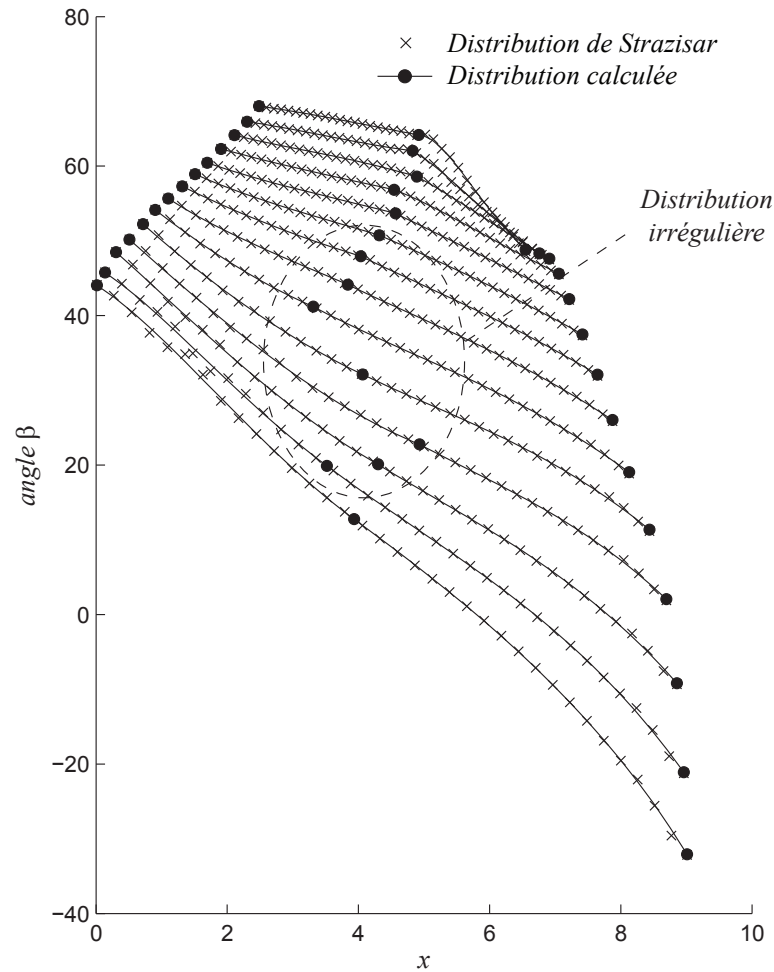


Figure 5.7 Résultat d'optimisation de la représentation des courbes de distribution de  $\beta$  (Optimiseur libre de section en section).

La technique se résume donc aux étapes suivantes :

- Création de la distribution de la section quatorze (14).
  - Valeur initiale de la position du point médian : Position du point d'inflexion
  - Bornes : libres
- Création de la distribution de la section treize (13).
  - Valeur initiale de la position du point médian : Résultat de la section quatorze (14)
  - Bornes : serrées
- ...
- Création de la distribution de la section un (1).
  - Valeur initiale de la position du point médian : Résultat de la section deux (2)
  - Bornes : serrées



En utilisant cette technique pour contrôler la création des distributions de section en section et en testant plusieurs valeurs pour les bornes des différentes variables, on obtient le résultat présenté à la figure 5.8. On remarque alors que la distribution de la variable de la position du point médian est beaucoup plus régulière que lorsque l'optimisation des variables qui définissent les distributions étaient effectuées de façon indépendante de section en section (voir figure 5.7.)

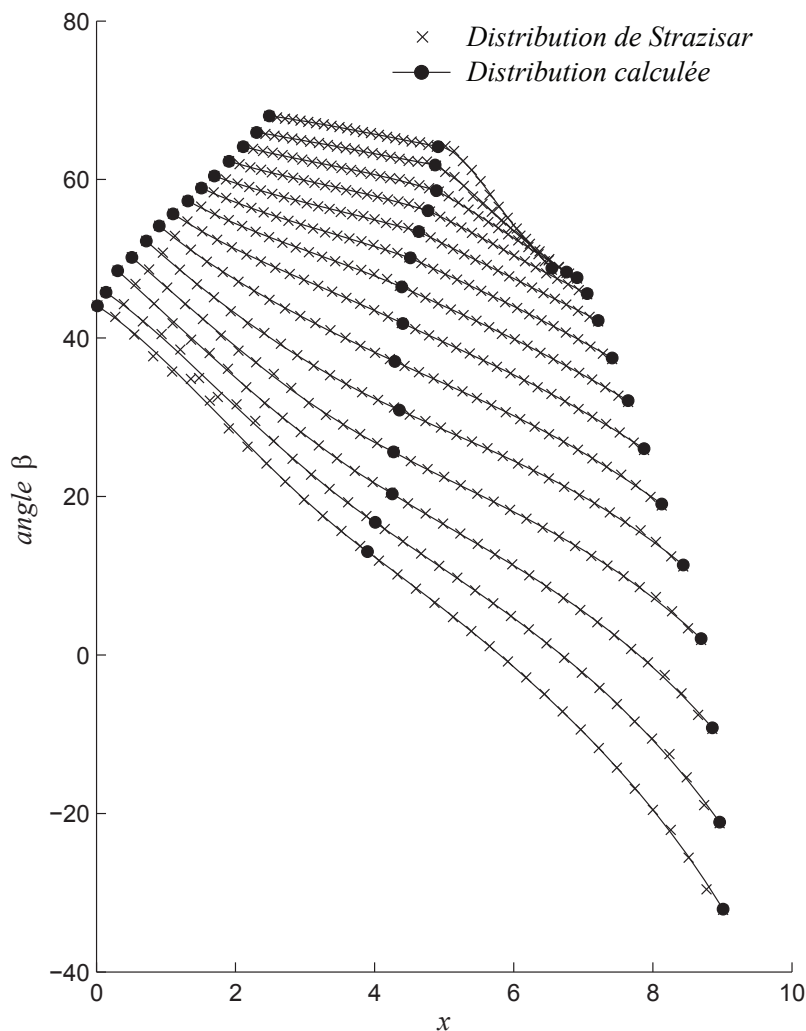


Figure 5.8 Résultat d'optimisation de la représentation des courbes de distribution de  $\beta$  (Optimiseur restreint de section en section).

Ainsi, cette étape nous fourni quatre items de la liste des variables nécessaires avant d'appliquer la paramétrisation proposée.

- Angle  $\beta$  au bord d'attaque et au bord de fuite de l'extrados.
- Angle  $\beta$  à une position médiane entre le bord d'attaque et le bord de fuite.
- Position dans la direction méridionale du point médian défini à l'item précédent.
- Dérivée de l'angle  $\beta$  (courbure) à ces trois points.

## Épaisseur

En ce qui concerne les distributions d'épaisseur, le même principe est utilisé. On doit représenter le plus fidèlement les distributions d'épaisseur fournies par les travaux de Strazisar et al. à l'aide d'une distribution calculée construite à partir de trois points. La figure 5.9 présente cette idée.

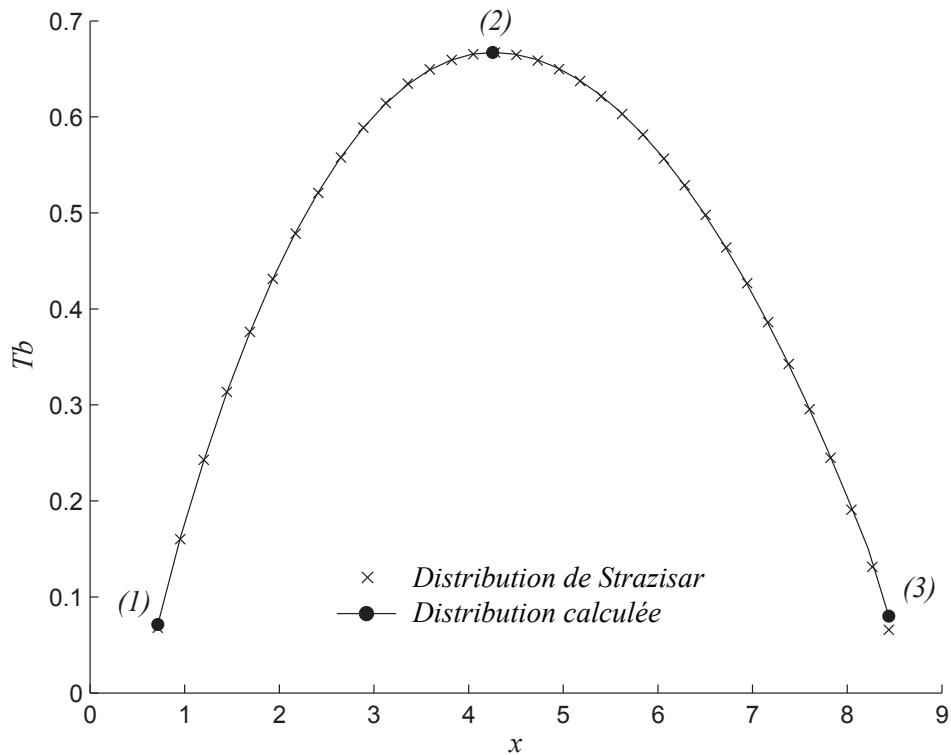


Figure 5.9 Distribution calculée approximant la distribution d'épaisseur d'une section du rotor 67 de la NASA fournie par les travaux de Strazisar et al.

Dans le cas des distributions d'épaisseur, il semble raisonnable de considérer que la pente ( $dTb/ds$ ) au point médian (2) soit nulle. Ainsi, ce point définira aussi la position de l'épaisseur maximale de chaque section. Conséquemment, seulement trois variables sont nécessaires pour représenter cette distribution : la position du point médian, la pente au point (1) et la pente

au point (3).

De la même manière qu'il a été fait pour les distributions d'angle, les distributions d'épaisseur sont recréées en considérant le résultat des variables optimisées de la section précédente en débutant par la section quatorze (14). La figure 5.10 présente le résultat des quatorze (14) distributions d'épaisseur qui représentent le plus fidèlement les distributions fournies par les travaux de Strazisar et al.

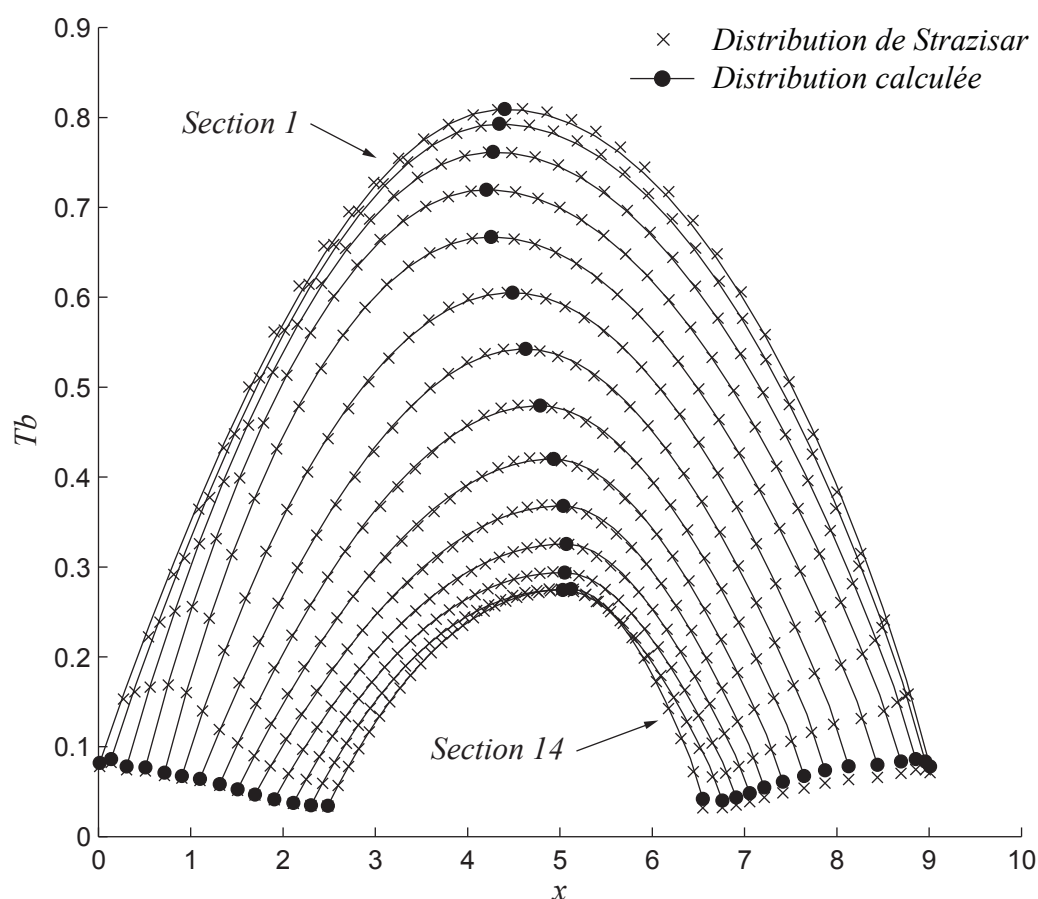


Figure 5.10 Résultat d'optimisation de la représentation des courbes de distribution d'épaisseur

Cette étape nous fournit quatre autres items de la liste des variables nécessaires avant d'appliquer la paramétrisation proposée.

- Épaisseur perpendiculaire à la ligne de cambrure au bord d'attaque et au bord de fuite
- Épaisseur à une position médiane entre le bord d'attaque et le bord de fuite
- Position dans la direction  $s$  du point médian défini à l'item précédent
- Dérivée de l'épaisseur à ces trois points

## Décalage des sections

La dernière variable qu'il est nécessaire de déduire des données des travaux de Strazisar et al. est le décalage de chaque section dans la direction  $\theta$ . Ceci peut être déterminé en calculant la position du centroïde de chaque section. Les équations pour le calcul du centroïde sont présentées dans les équations 3.12 à 3.14. La figure 5.11 illustre la position du centroïde dans la direction  $\theta$  pour chacune des quatorze sections.

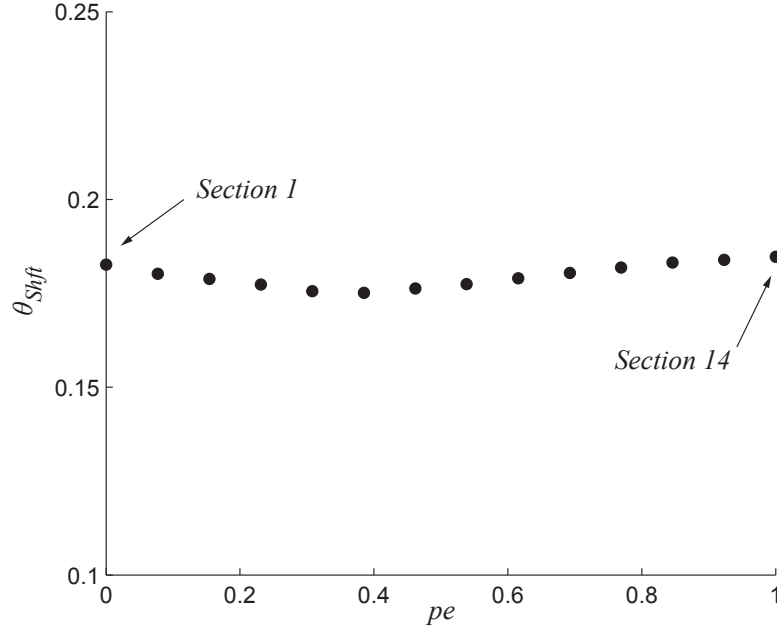


Figure 5.11 Position du centroïde des quatorze (14) sections de la pale de référence (Strazisar et al.)

### 5.1.3 Application de la paramétrisation proposée

Maintenant que toutes les variables nécessaires à la définition de la pale ont été déterminées, il est possible d'appliquer la paramétrisation proposée. Comme mentionné dans le chapitre 3, le principe de base de la paramétrisation proposée est de représenter une distribution de paramètre avec une spline qui possède un nombre réduit de points de contrôle. Ainsi, pour chacune des variables déduites des données des travaux de Strazisar et al., il est nécessaire de trouver la spline qui représente le mieux la distribution dans la direction de l'envergure. Afin de réduire au maximum le nombre de points de contrôle par spline, chaque spline de chaque variable peut posséder un nombre de points de contrôle différent. Les figures 5.12 à 5.21 montrent les résultats de l'application de la paramétrisation proposée. Dans chacune des figures, les  $\times$  représentent les variables déduites des travaux de Strazisar et al.

obtenus selon les techniques explicitées dans la section 5.1.2. Les points  $\bullet$  représentent les points de contrôle de la spline et la ligne continue représente la spline calculée.

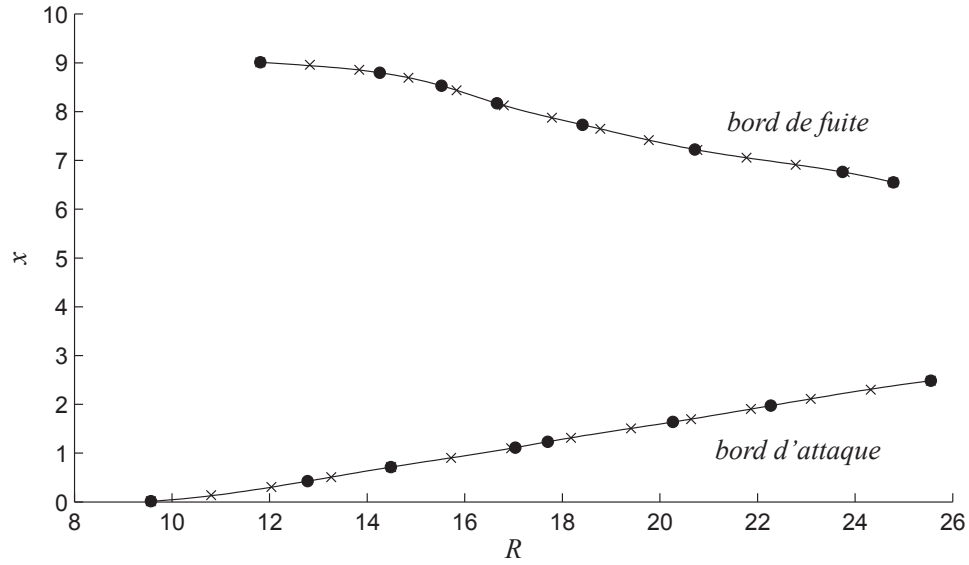


Figure 5.12 Application de la paramétrisation proposée sur la variable  $AX$  (Position et longueur de la corde méridionale).

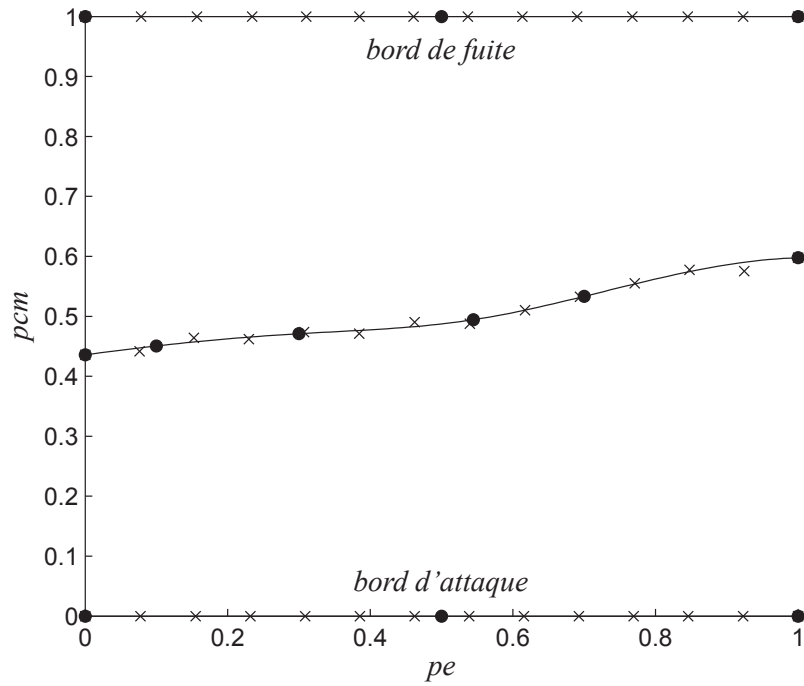


Figure 5.13 Application de la paramétrisation proposée sur la variable  $pcm$ .

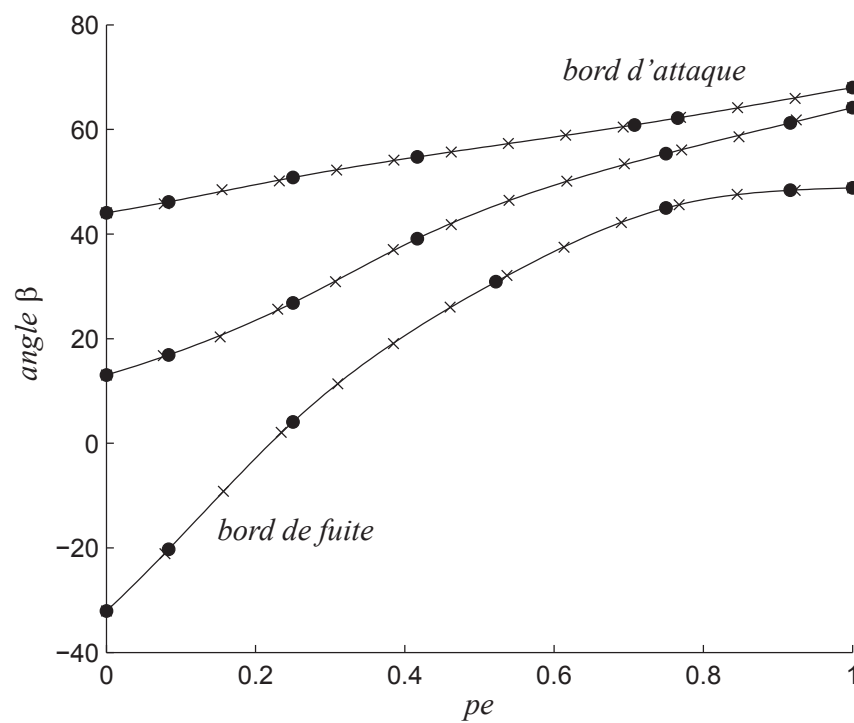


Figure 5.14 Application de la paramétrisation proposée sur la variable  $\beta$ .

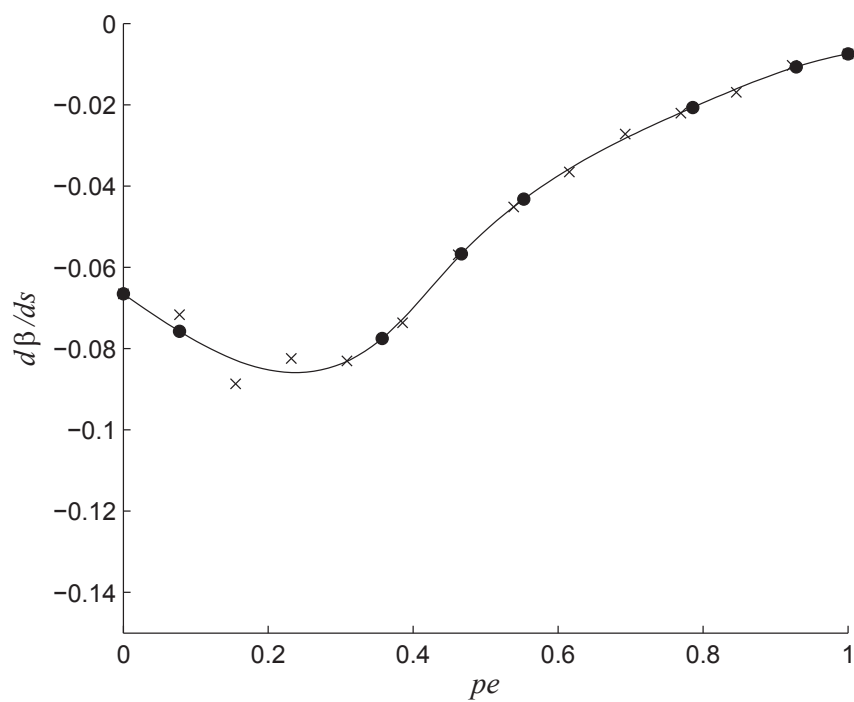


Figure 5.15 Application de la paramétrisation proposée sur la variable  $d\beta/ds$  (Courbe 1 - bord d'attaque).

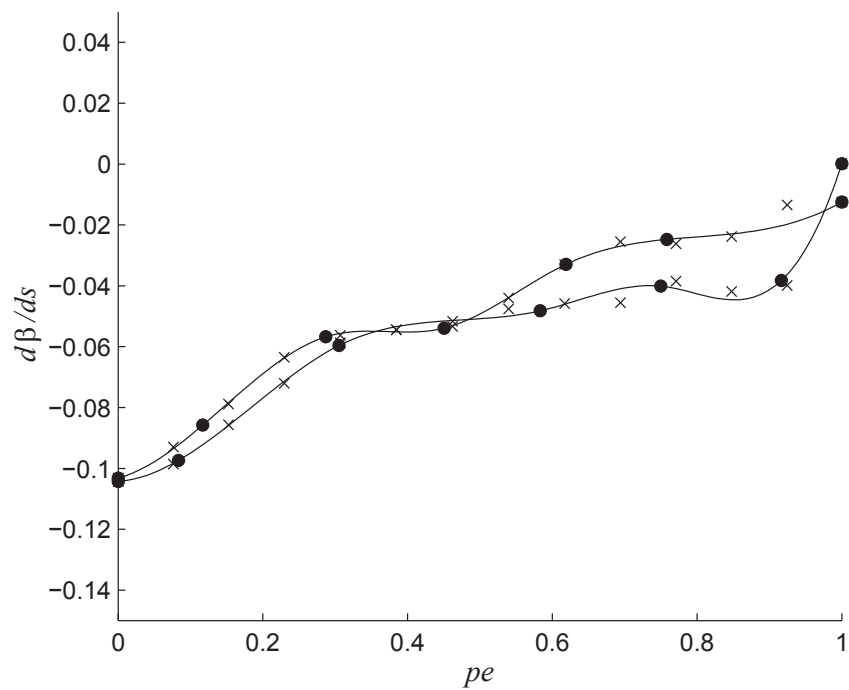


Figure 5.16 Application de la paramétrisation proposée sur la variable  $d\beta/ds$  (Courbe 2 et 3 - point médian)..

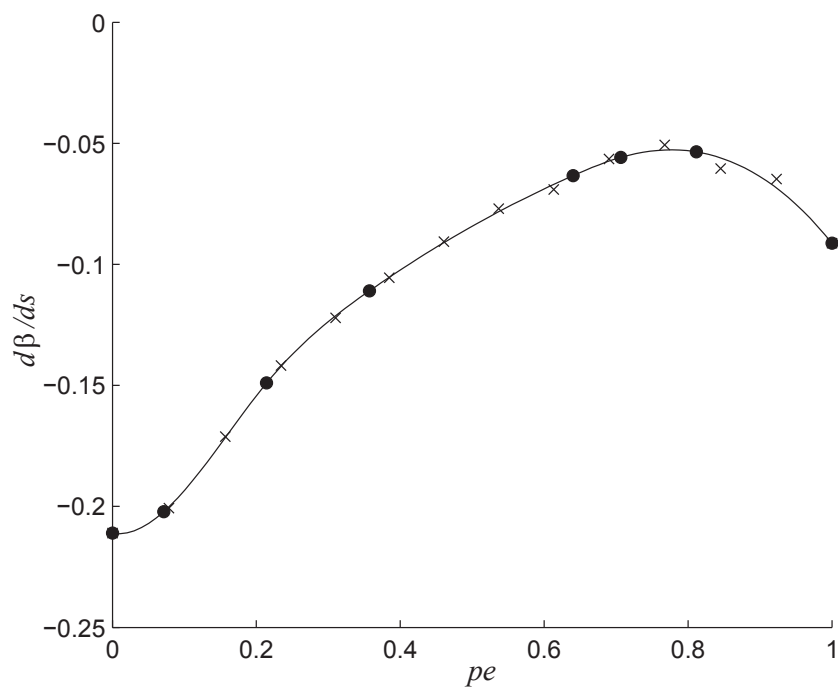


Figure 5.17 Application de la paramétrisation proposée sur la variable  $d\beta/ds$  (Courbe 4 - bord de fuite).

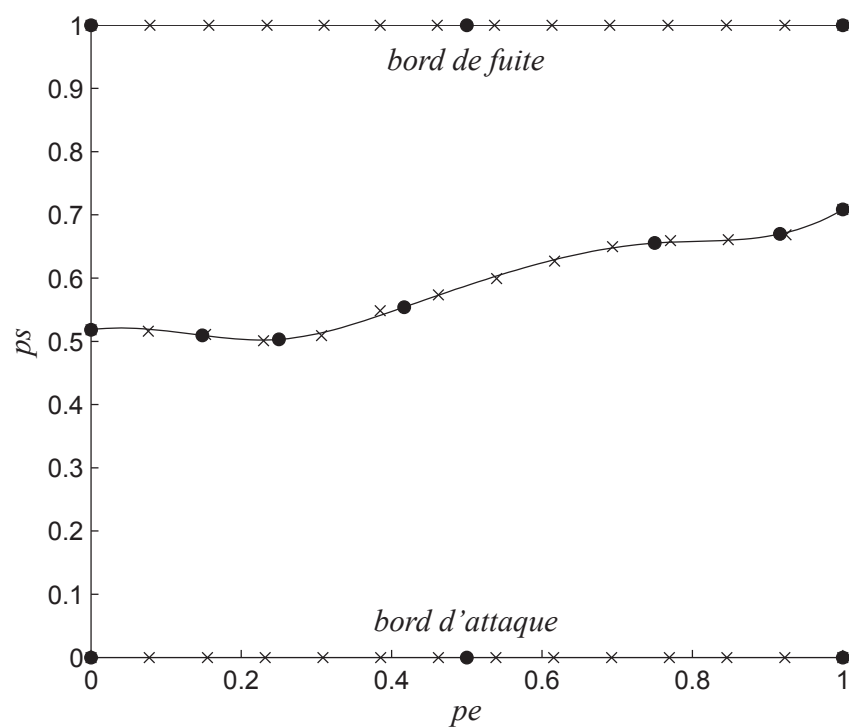


Figure 5.18 Application de la paramétrisation proposée sur la variable  $ps$

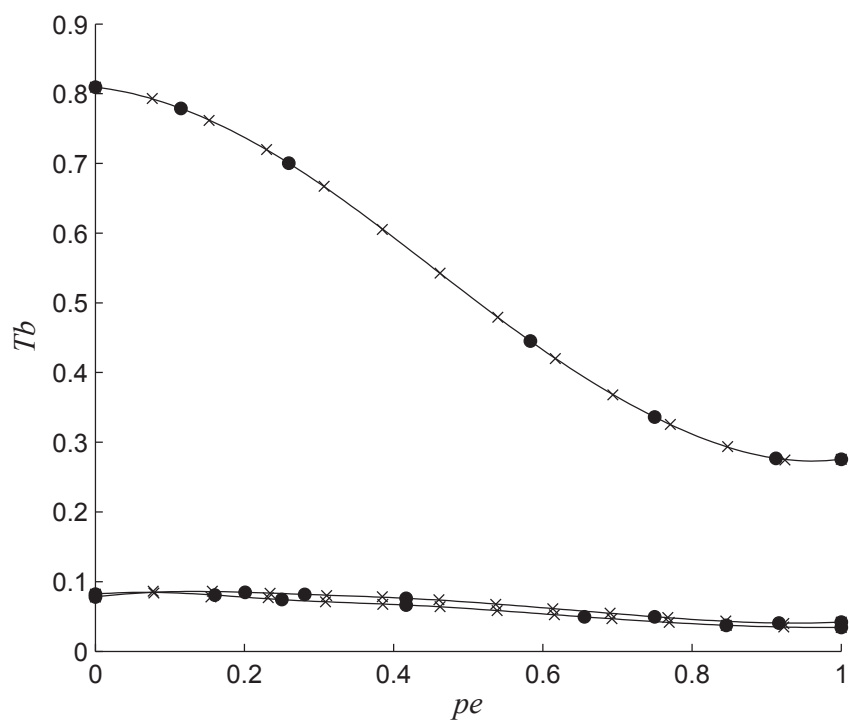


Figure 5.19 Application de la paramétrisation proposée sur la variable  $Tb$ .



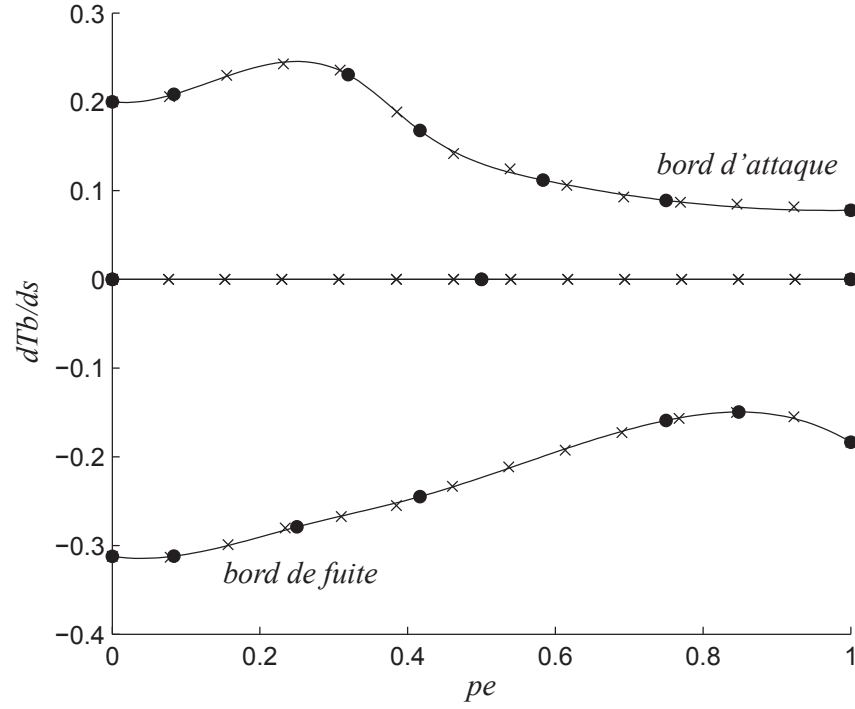


Figure 5.20 Application de la paramétrisation proposée sur la variable  $dTb/ds$ .

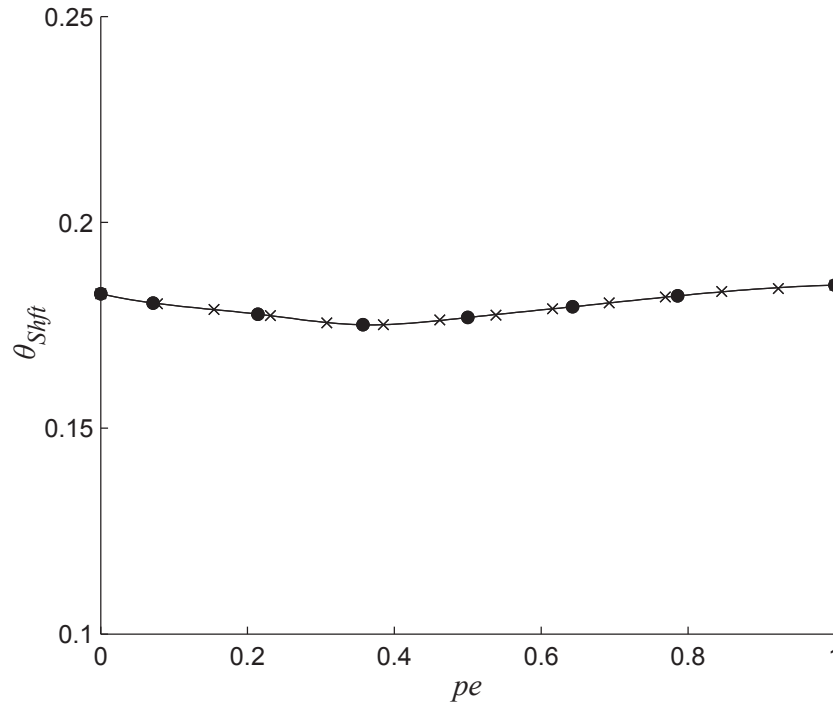


Figure 5.21 Application de la paramétrisation proposée sur la variable  $\theta_{Sht}$  (Décalage des sections dans la direction  $\theta$ ).

### 5.1.4 Optimisation géométrique du rotor 67 de la NASA

Les points de contrôle qui ont été trouvés dans la section précédente approximent bien la géométrie du rotor 67 de la NASA. Par contre, étant donné que deux approximations successives ont été faites (tout d'abord en approxinant les distributions des données des travaux de Strazisar et al. et ensuite en représentant les distributions dans la direction de l'envergure par une spline avec peu de points de contrôle), la géométrie obtenue est donc une approximation de la géométrie de référence.

Considérant ceci, il est possible de procéder à une optimisation géométrique de la pale créée à partir de la paramétrisation proposée en utilisant les points de contrôle définis dans la section précédente. L'objectif de l'optimisation géométrique est de minimiser la différence entre la pale de référence *R67\_ref* (voir section 5.1.1) et la pale construite à partir de la paramétrisation proposée.

Pour ce faire, une fonction de distance a été développée qui permet de calculer la distance minimale entre les points de la pale construite à partir de la paramétrisation proposée et la pale de référence. Ensuite, une somme est faite sur toutes les distances de tous les points de toutes les sections afin d'avoir une métrique qui définit à quel point la géométrie construite à partir de la paramétrisation proposée est proche de la géométrie de référence. La figure 5.22 illustre le concept de distance entre les deux géométries.

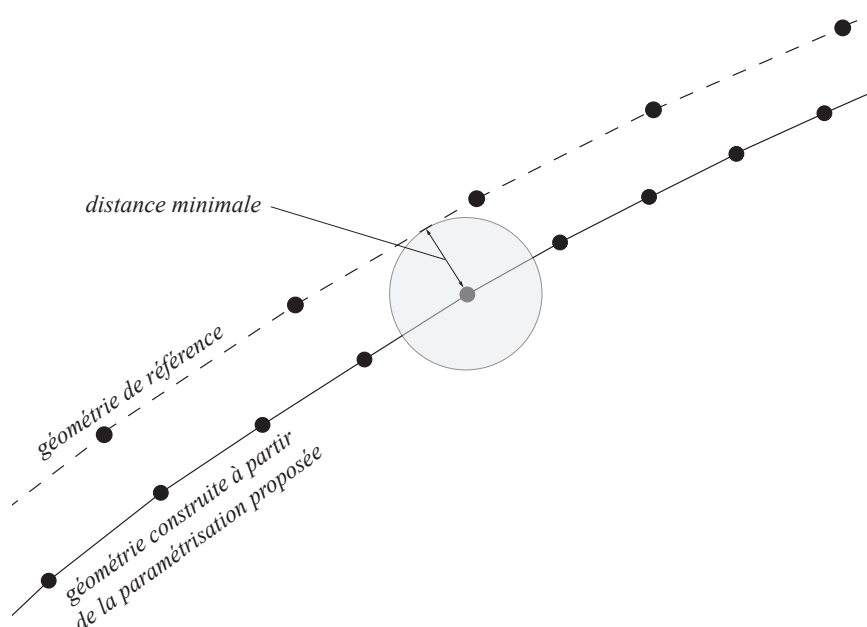


Figure 5.22 Calcul de la distance minimale entre la géométrie de référence et la géométrie construite à partir de la paramétrisation proposée

Conséquemment, l'objectif de l'optimisation est de modifier les différents points de contrôle qui définissent la géométrie afin de minimiser cette distance. Afin de s'assurer d'obtenir la géométrie la plus près de la géométrie de référence, tous les points de contrôle de tous les paramètres sont utilisés pour cette optimisation (au total, cent vingt-trois (123) points de contrôle). L'optimiseur utilisé est *fmincon* de MathWorks<sup>TM</sup> MATLAB<sup>®</sup>. Les valeurs initiales des variables d'optimisation sont égales aux valeurs des points de contrôle définis dans la section précédente. De plus, étant donné que la solution initiale est très près de la géométrie de référence, les variables d'optimisation ont été bornées raisonnablement serrées.

## Résultats de l'optimisation

Au départ, en utilisant les points de contrôle définis dans la section précédente, la métrique de référence de distance était de 92.97. Après l'optimisation géométrique, la métrique de référence a été réduite jusqu'à 3.13. La figure 5.23 illustre l'évolution de la métrique de référence au cours des itérations. Les figures 5.24 et 5.25 montrent certaines sections de la géométrie en comparaison avec la géométrie de référence avant et après optimisation. Cette nouvelle géométrie sera utilisée pour fin de comparaison et sera référée comme *R67\_idea* pour la suite de ce mémoire.

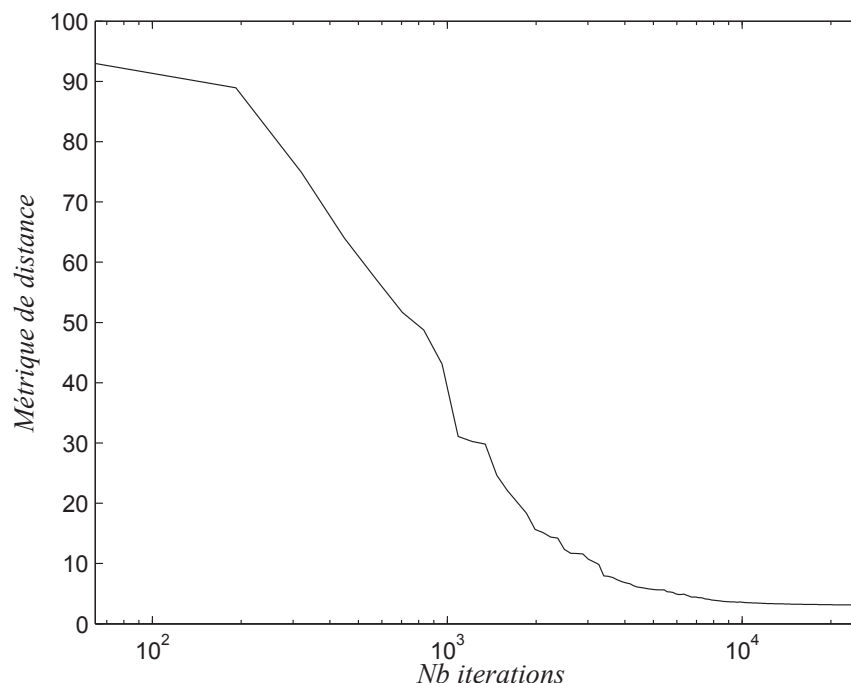


Figure 5.23 Évolution de la métrique de référence au cours des itérations.

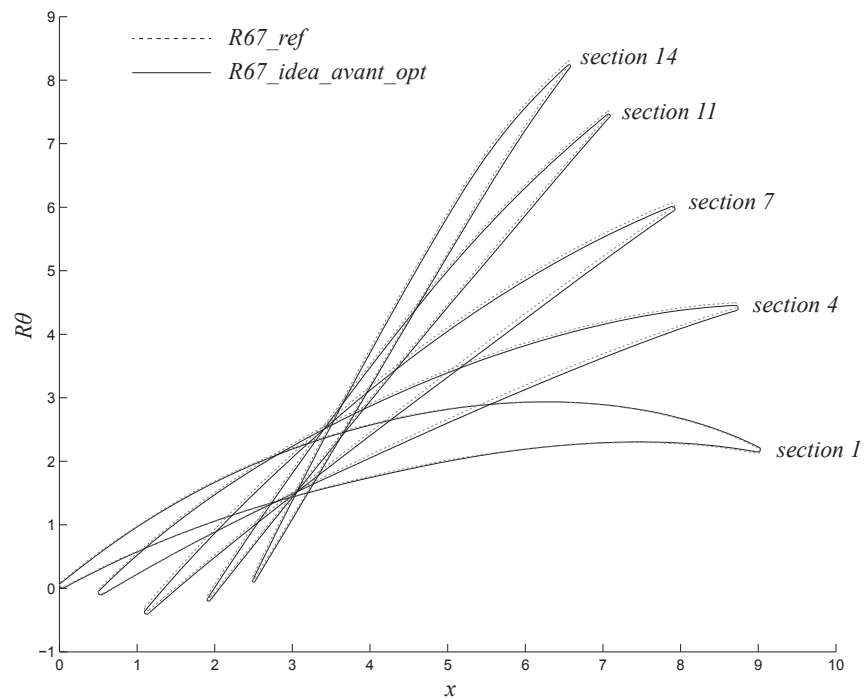


Figure 5.24 Différence entre la pale de référence ( $R67\_ref$ ) et la pale construite à partir de la paramétrisation proposée ( $R67\_idea\_avant\_opt$ ) avant l'optimisation géométrique

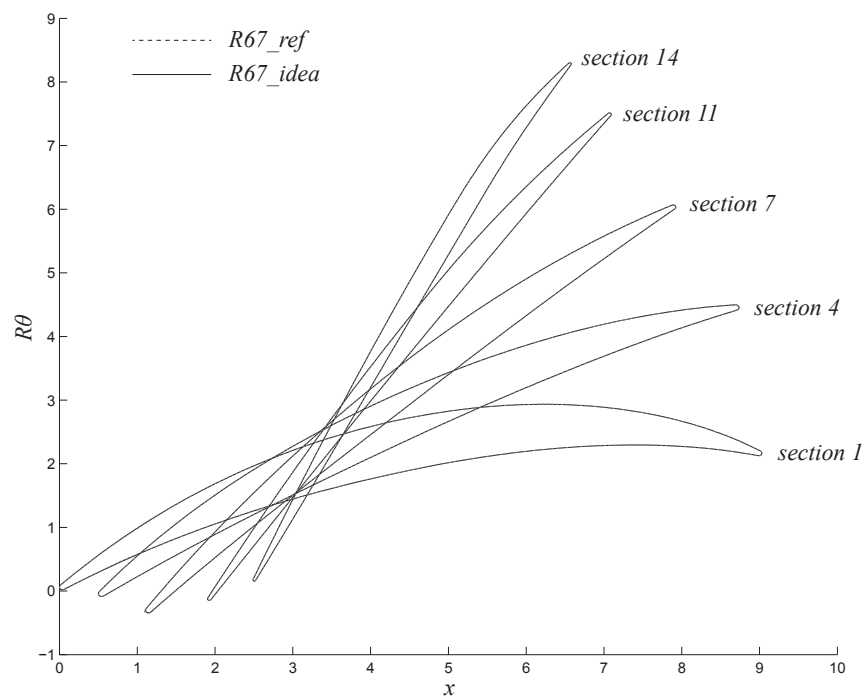


Figure 5.25 Différence entre la pale de référence ( $R67\_ref$ ) et la pale construite à partir de la paramétrisation proposée ( $R67\_idea$ ) après l'optimisation géométrique

### 5.1.5 Validation

Au cours des dernières sections, nous avons vu qu'il était possible d'utiliser la paramétrisation proposée afin de réduire le nombre de variables nécessaires à la définition complète de la pale tout en gardant les caractéristiques géométriques de la pale de référence. Dans cette section, nous comparons la pale construite à partir de la paramétrisation proposée (pale optimisée) avec la pale de référence obtenue à partir des données des travaux de Strazisar et al. Les pales seront comparées tant au niveau géométrique qu'au niveau de leur performance aérodynamique.

#### Comparaison géométrique

L'optimisation géométrique effectuée dans la section 5.1.4 a permis de réduire la différence entre la pale de référence (*R67\_ref*) et la pale construite à partir de la paramétrisation proposée (*R67\_idea*). Selon la méthode de calcul de distance entre ces deux géométries, nous avons obtenue une métrique de 3.13. Par contre, étant donné que cette vérification n'est faite que sur les sections 2D de la pale, il est nécessaire de vérifier la différence entre les géométries lorsque construite dans l'espace 3D.

Pour ce faire, les deux géométries sont exportées dans l'espace  $x-y-z$  et construites à l'aide du logiciel Dassault Système<sup>®</sup> CATIA<sup>®</sup>. Les deux géométries sont présentées à la figure 5.26. Noter que la même méthode de construction est utilisée pour les deux pales. De plus, les deux pales sont construites en utilisant une série de quatorze (14) sections distribuées le long de l'envergure.

Pour vérifier la distance entre les deux géométries, l'outil *Distance analysis* de CATIA<sup>®</sup> a été utilisé. Cet outil permet de vérifier le décalage entre tous les points de deux surfaces. Le décalage maximal qui a été observé est de 0.101 mm et se situe au niveau de la première section à environ 10% de la corde sur l'intrados de la pale. Ce décalage équivaut à environ 0.108% relativement à la corde méridionale. Ceci est illustré à la figure 5.27.

Qualitativement, il est aussi possible de comparer les courbures de Gauss des surfaces des deux pales. Les figures 5.28 et 5.29 montrent la distribution de courbure de Gauss pour respectivement l'extrados et l'intrados des deux pales. Les ondulations qu'on observe dans la courbure sont causées par la technique de construction de la pale à partir de l'outil *Multi-sections surface*. Néanmoins, on remarque que pour les deux pales, les variations de courbures le long de la pale sont très semblables. Par contre, on peut remarquer une différence notable dans la courbure à l'endroit où le décalage maximal a été observé. En fait la courbure de la pale *R67\_idea* est en général moins bruitée que celle de la pale de référence *R67\_ref*.

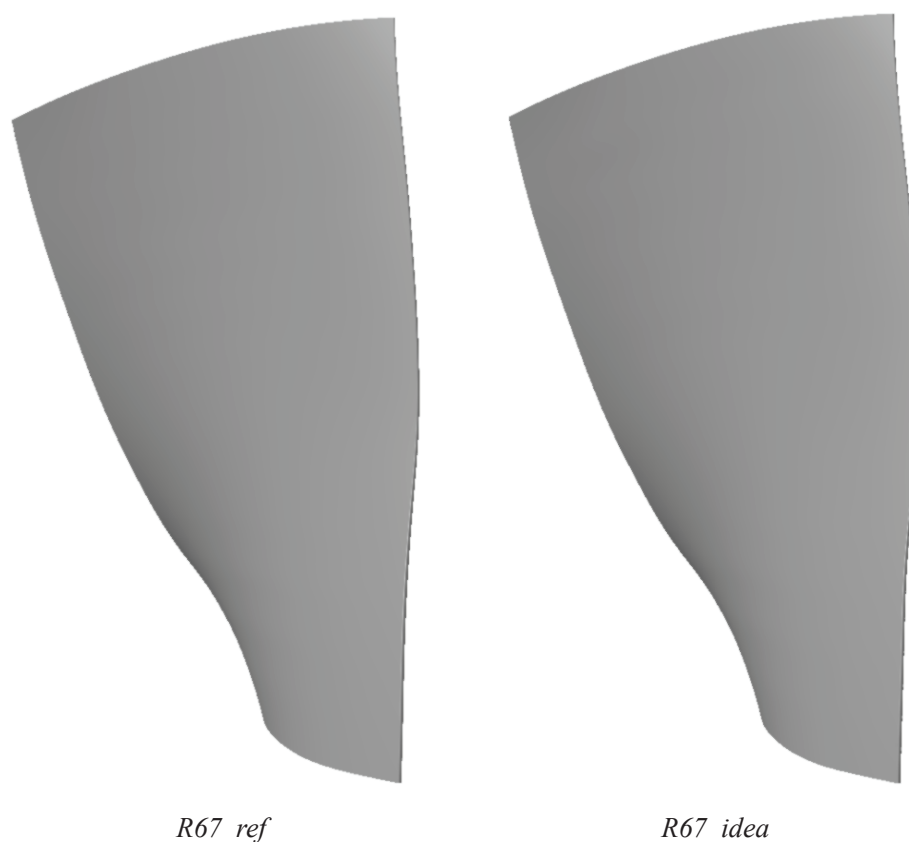


Figure 5.26 Géométrie 3D des pales *R67\_ref* et *R67\_idea*

### Comparaison CFD

Dans la sous-section précédente, on a remarqué qu’il existait très peu de différence géométrique entre la pale de référence et celle construite à partir de la paramétrisation proposée. Afin de vérifier si ces différences ont une influence sur les performances du rotor, une comparaison CFD sera faite entre ces deux géométries.

Étant donné la grande similitude entre les géométries, il est possible d’utiliser un maillage très similaire pour les deux géométries. Ce maillage de 1.14 millions d’éléments, construit à partir du logiciel Turbogrid de Ansys, est présenté à la figure 5.30. Le solveur utilisé pour les simulations est CFX en *pressure based* couplé avec un modèle de turbulence SST.

Noter que ces simulations CFD ont été réalisées par Eddy Petro, associé de recherche au sein de la chaire IDEA. J’en profite d’ailleurs pour le remercier pour son aide dans la réalisation de cette section du mémoire.

Tout d’abord, afin de valider les études CFD, la pale de référence tirée des travaux de Strazisar et al. (*R67\_ref*) a été comparée avec des résultats expérimentaux du rotor 67 de la

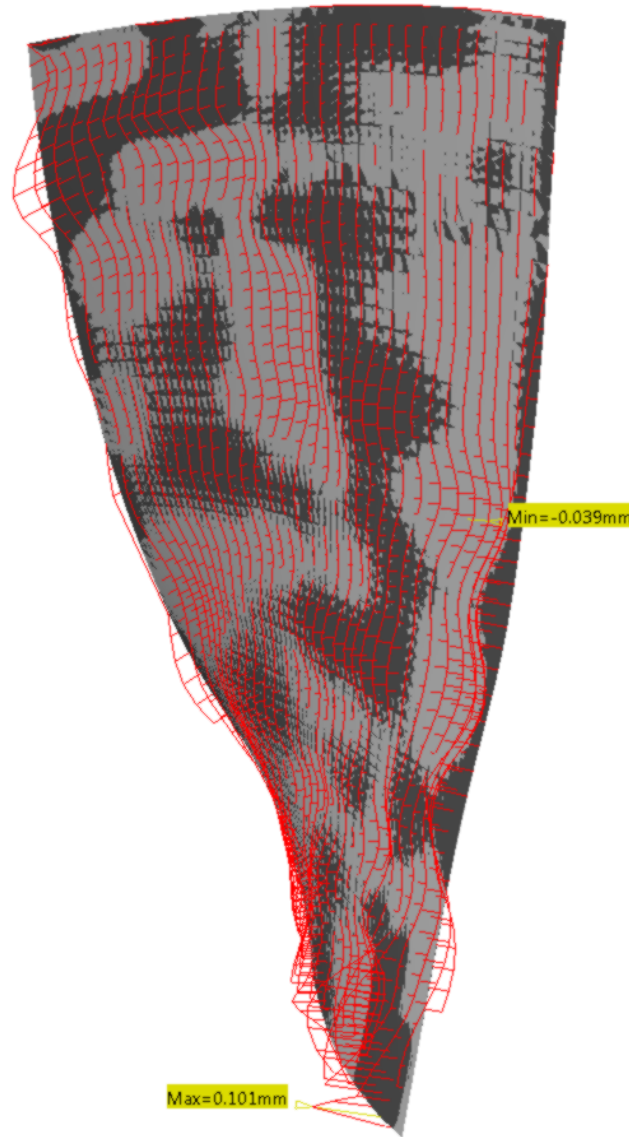


Figure 5.27 Décalage maximal (0.101mm) entre les surfaces de l'intrados des pales *R67\_ref* et *R67\_idea*

NASA [1]. Ces résultats sont présentés à la figure 5.31. Noter que les débits massiques ont été normalisés par rapport au débit massique en condition d'étranglement.

La figure 5.32 montre la comparaison des contours de Mach entre la pale de référence (*R67\_ref*), la pale construite à partir de la paramétrisation proposée (*R67\_idea*) et les données expérimentales. Tel qu'anticipé, on remarque très peu de différences entre les deux pales *R67\_ref* et *R67\_idea* et ceux-ci gardent les tendances générales observées dans les données expérimentales.

Finalement, étant donné que la distribution de pression sur la surface de la pale est très

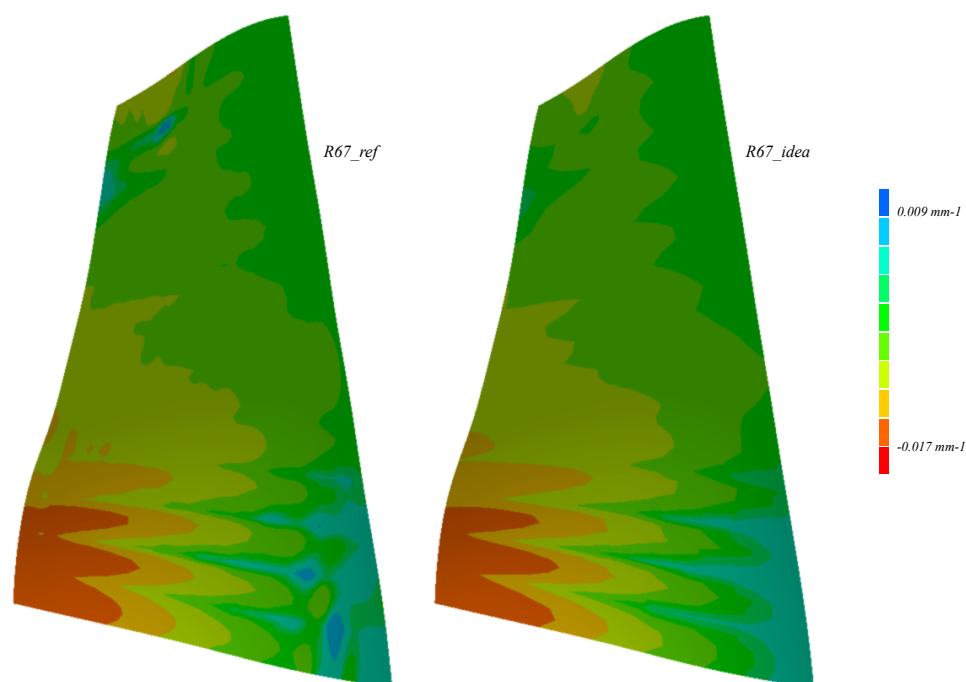


Figure 5.28 Courbure de Gauss de l'extrados des pales  $R67\_ref$  et  $R67\_idea$

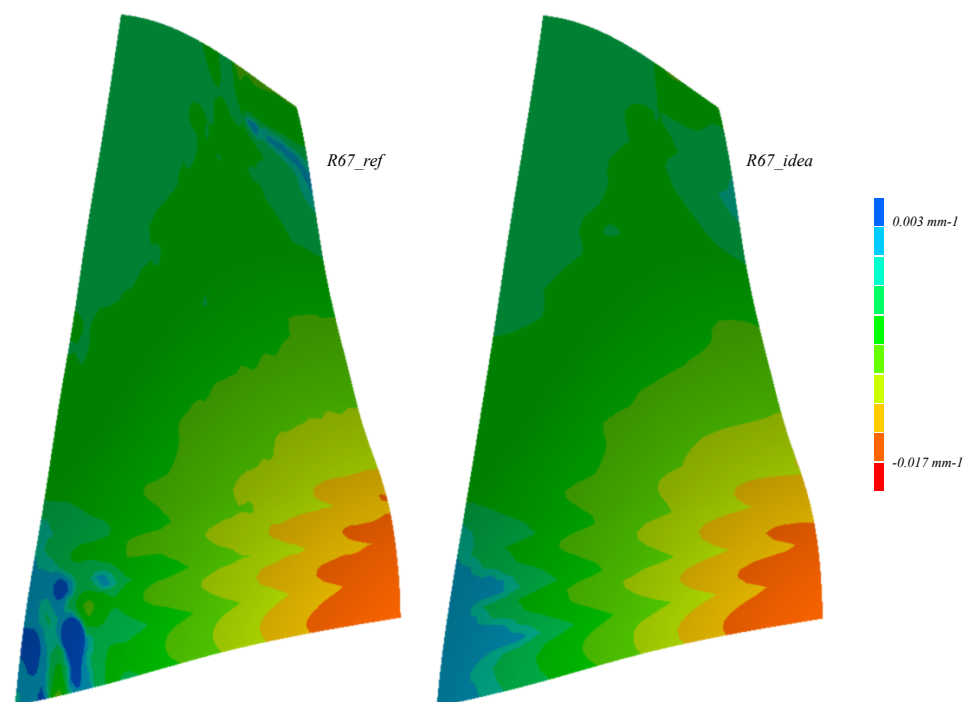


Figure 5.29 Courbure de Gauss de l'intrados des pales  $R67\_ref$  et  $R67\_idea$



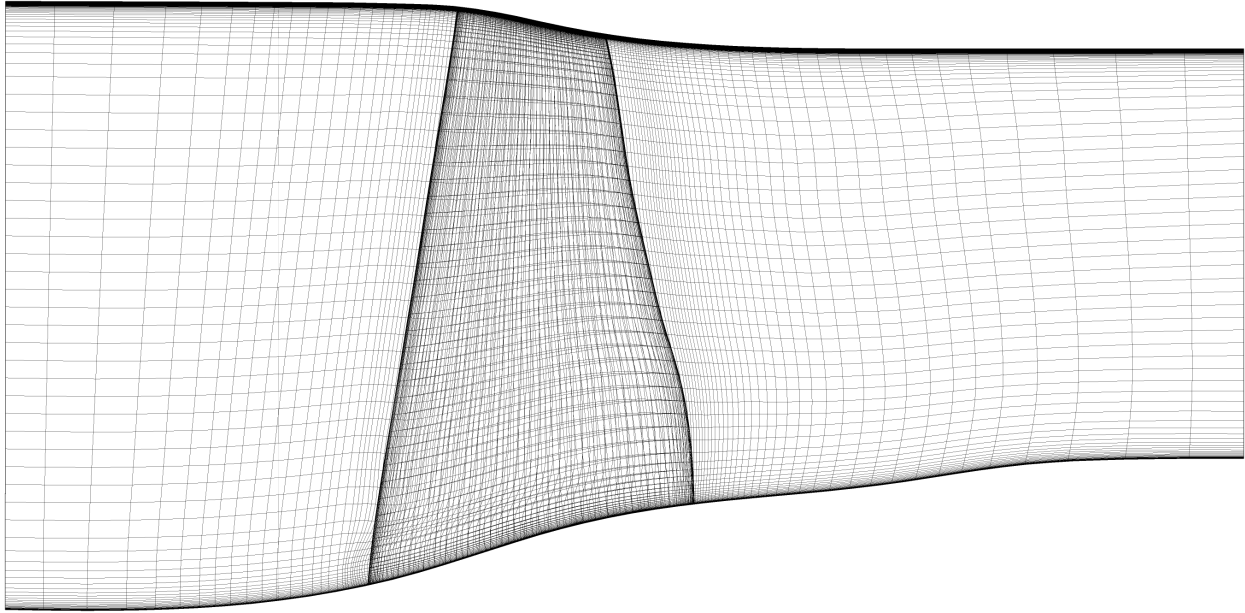


Figure 5.30 Maillage TurboGrid de 1.14 millions d'éléments pour les pales *R67\_ref* et *R67\_idea*

sensible aux changements de géométries et de courbures, une comparaison niveau de cette propriété a été faite entre les deux pales à différentes positions dans la direction de l'envergure. Ceci est présenté à la figure 5.33. On remarque que les distributions de pression des deux pales sont très semblables et que l'allure générale des courbes est conservée. De plus, on remarque que malgré la très grande similitude entre les géométries (voir la figure 5.25), on remarque quelques légers décalages entre les courbes de distribution de pression, montrant la sensibilité de cette propriété aux changements de géométrie.

Malgré les légères différences que l'on observe entre les deux géométries, on remarque que les performances globales de la pale ont été conservées et que l'utilisation de la paramétrisation proposée permet de recréer la géométrie du rotor 67 de la NASA. Ces résultats sont présentés dans le tableau 5.2.

Tableau 5.2 Comparaison de l'efficacité et du rapport de pression totale

	<i>R67_ref</i>	<i>R67_idea</i>	Variation
Efficacité	91.36%	91.52%	0.16%
Rapport de pression totale	1.6395	1.6383	0.07%

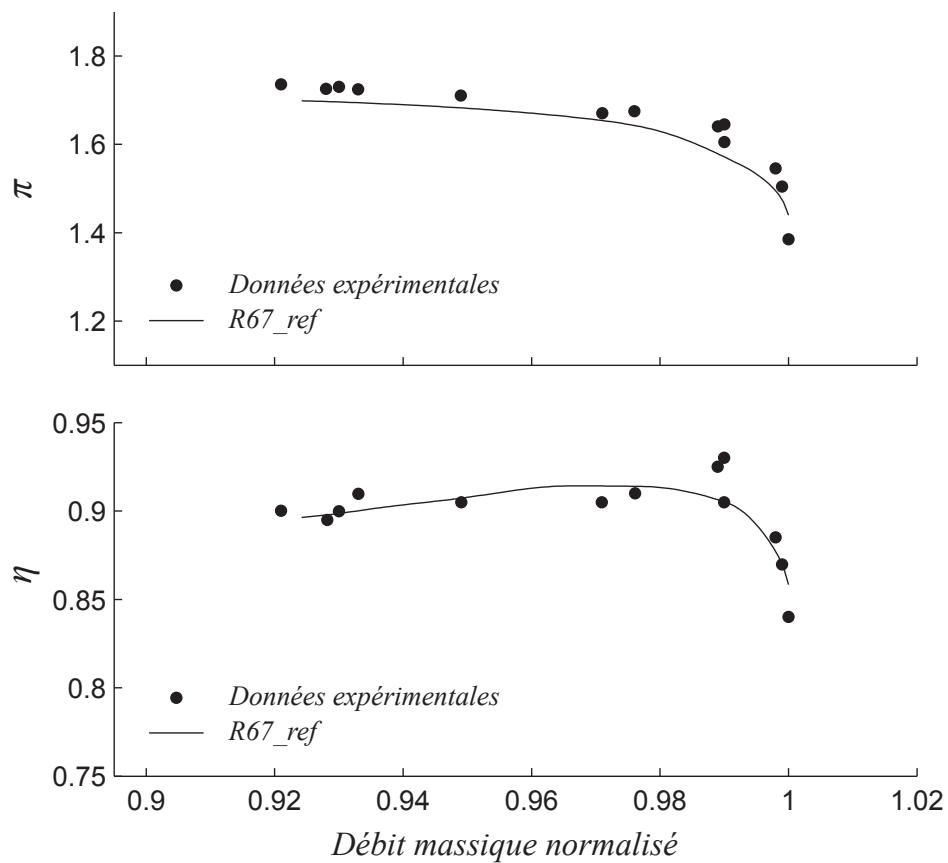
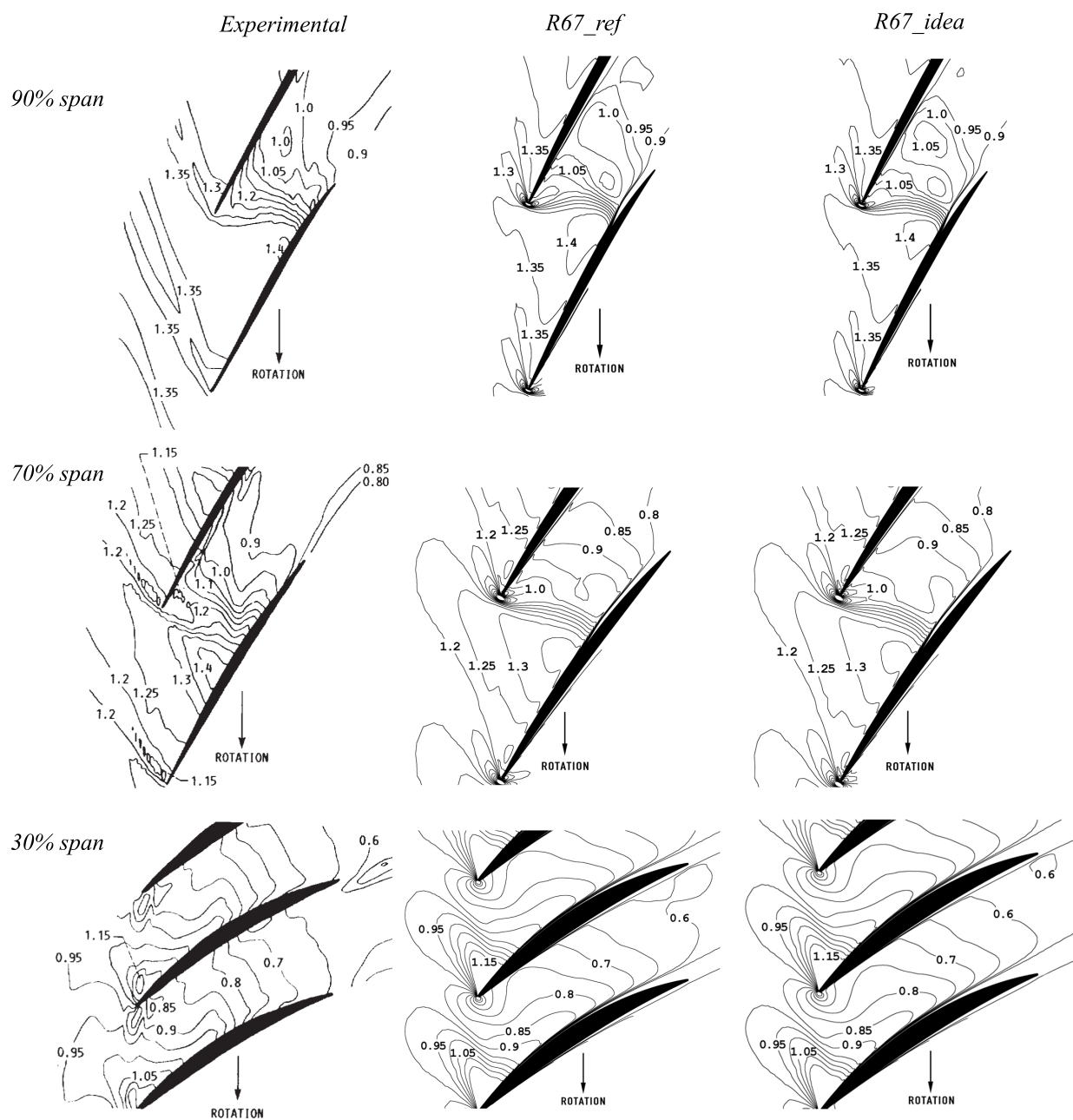


Figure 5.31 Comparaison entre les résultats expérimentaux du rotor 67 de la NASA et la pale de référence *R67\_ref* construite à partir des données de Strazisar et al.



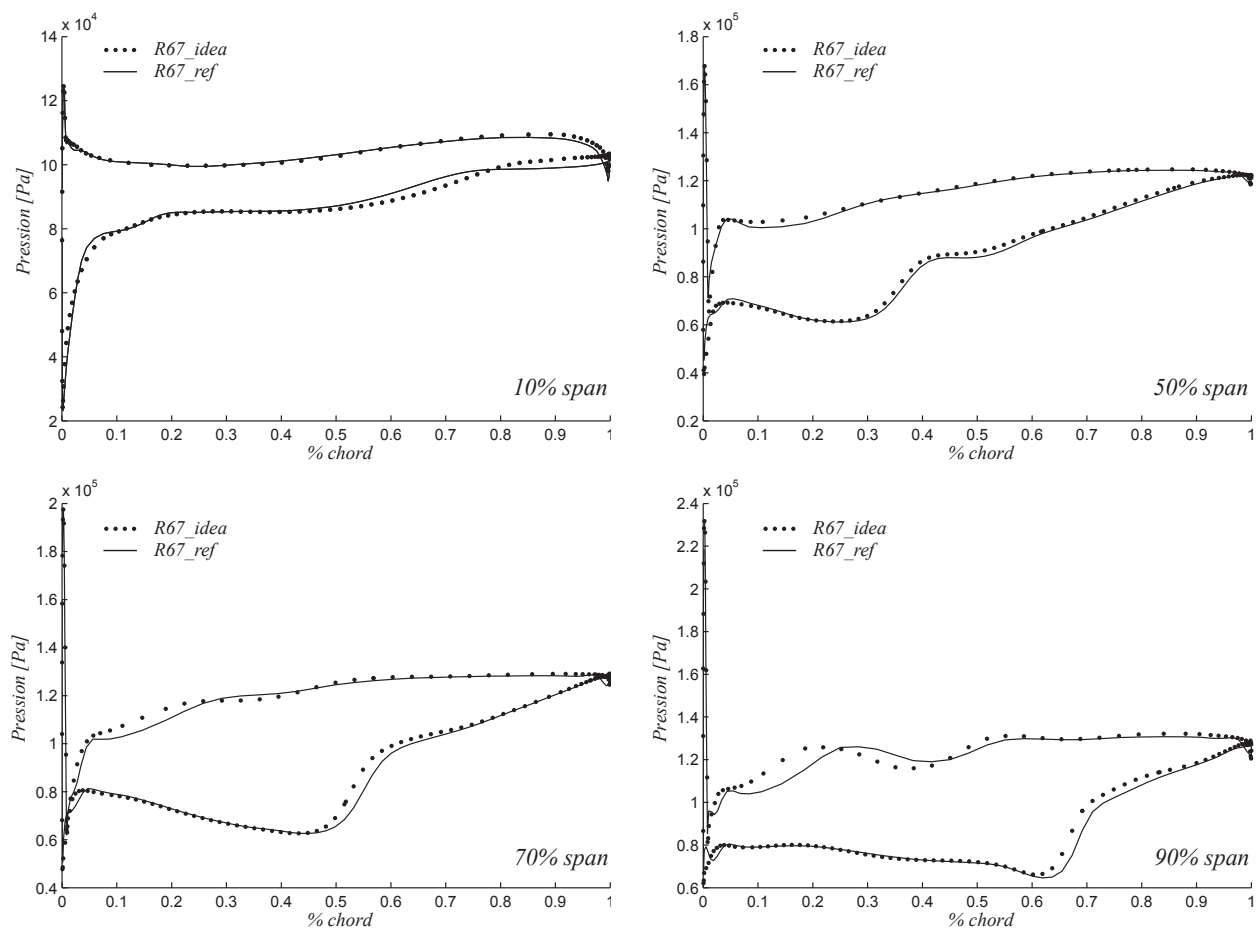


Figure 5.33 Comparaison des contours de pression des pales *R67\_ref* et *R67\_idea*

## 5.2 Modification du rotor 67 de la NASA

Dans le but de montrer que la paramétrisation proposée est flexible et pourrait être implémentée dans une boucle d’optimisation multidisciplinaire, la technique de modification de la géométrie présentée au chapitre 4 sera appliquée à la pale du rotor 67 de la NASA. Dans un premier temps, on vérifiera que la géométrie peut être modifiée d’un point de vue local et global et que les modifications apportées à la géométrie vont dans le sens de ce qui est attendu. Ensuite, on vérifiera les limites de modification de la géométrie et l’étendue des différentes géométries qu’il est possible d’obtenir.

### 5.2.1 Application des modifications

Avec l’utilisation de l’outil de modification multi-niveau présenté au chapitre 4, trois (3) paramètres seront modifiés d’un point de vue local et global. Tout d’abord, l’épaisseur de la pale, ensuite les angles- $\beta$  de la pale et finalement la corde méridionale. En ce basant sur des discussions avec des ingénieurs chez Pratt&Whitney Canada, ces modifications sont des requis typiquement rencontrés lors du processus de conception d’une pale de soufflante. De plus, ces types de modifications sont typiques des demandes de trois départements étroitement liés dans le processus de conception. Les ingénieurs du département d’aérodynamique veulent avoir un contrôle sur les angles de la pale, les ingénieurs du département de structure demandent souvent des modifications de l’épaisseur de la pale et les ingénieurs en dynamique modifieront la corde de la pale afin de changer sa fréquence de résonance.

Noter que ces exemples de modifications sont purement académiques et n’ont pas été directement proposés par *Pratt & Whitney Canada*.

### Modification de l’épaisseur

En utilisant le module de modification multi-niveau, l’épaisseur de la pale à sa racine a été modifiée d’un point de vue local et global. Considérons seulement une modification de l’épaisseur maximale et laissons inchangé l’épaisseur de la pale au bord d’attaque et au bord de fuite. Une augmentation de 0.2 cm est imposée à 0% dans la direction de l’envergure sur la courbe du paramètre de l’épaisseur maximale. En premier lieu, le paramètre  $\sigma$  de la courbe d’influence (voir Eq. 4.1) est fixé à 0.2 pour une modification plus globale et ensuite à 0.05 pour une modification plus locale. La figure 5.34 montre l’influence d’une telle modification sur les points de contrôle de la spline définissant ce paramètre. On remarque, naturellement, que la modification globale affecte un plus grand nombre de points de contrôle que la modification locale.

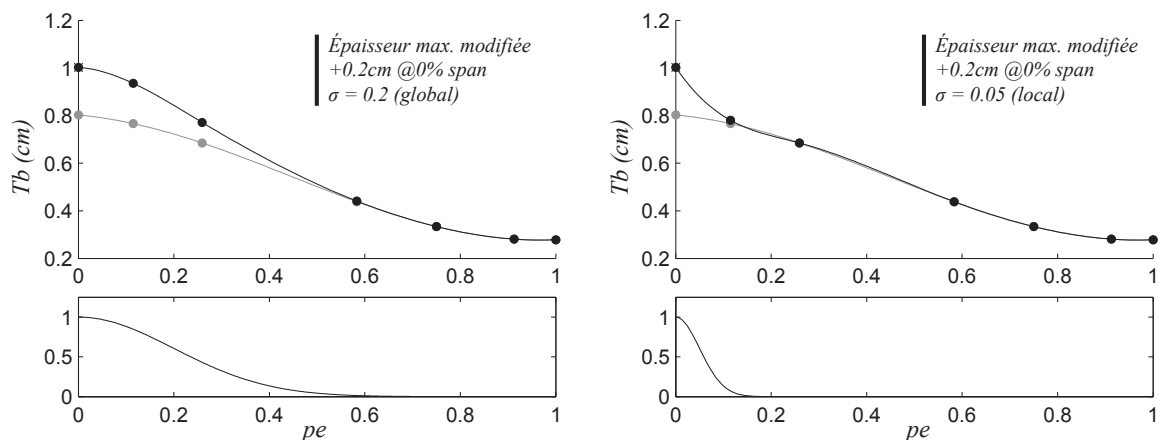


Figure 5.34 Influence de la modification (globale et locale) sur la distribution des points de contrôle de la spline du paramètre d'épaisseur maximale.

En terme de modification géométrique, la figure 5.35 montre la modification des sections entre la pale non-modifiée (*R67\_idea*) et la pale modifiée (*R67\_mod*). On remarque, encore une fois, que la modification globale affecte un plus grand nombre de sections que la modification locale. De plus, il est possible de voir que pour les deux modifications, les sections positionnées près de l'extrémité de la pale restent inchangées en comparaison avec la pale non-modifiée (*R67\_idea*). Noter par contre qu'étant donné que seulement l'épaisseur de la pale est modifiée, les sections sont légèrement décalées dans la direction  $R\theta$  étant donné que le centroïde de chaque section, contrôlé par le paramètre de décalage (voir section 3.3.2), doit rester à la même position dans cette direction.

Finalement, les deux pales modifiées (d'un point de vue global et local) ont été construite dans le logiciel Dassault Système<sup>©</sup> CATIA<sup>®</sup> afin de les comparer à la pale non-modifiée. La figure 5.36 illustre, d'une autre façon, l'influence de la modification (globale ou locale) sur la géométrie. On remarque que ces maillages, qui montrent la différence entre l'extrados de la pale modifiée et de la pale non-modifiée, sont en corrélation avec les courbes présentées à la figure 5.34.

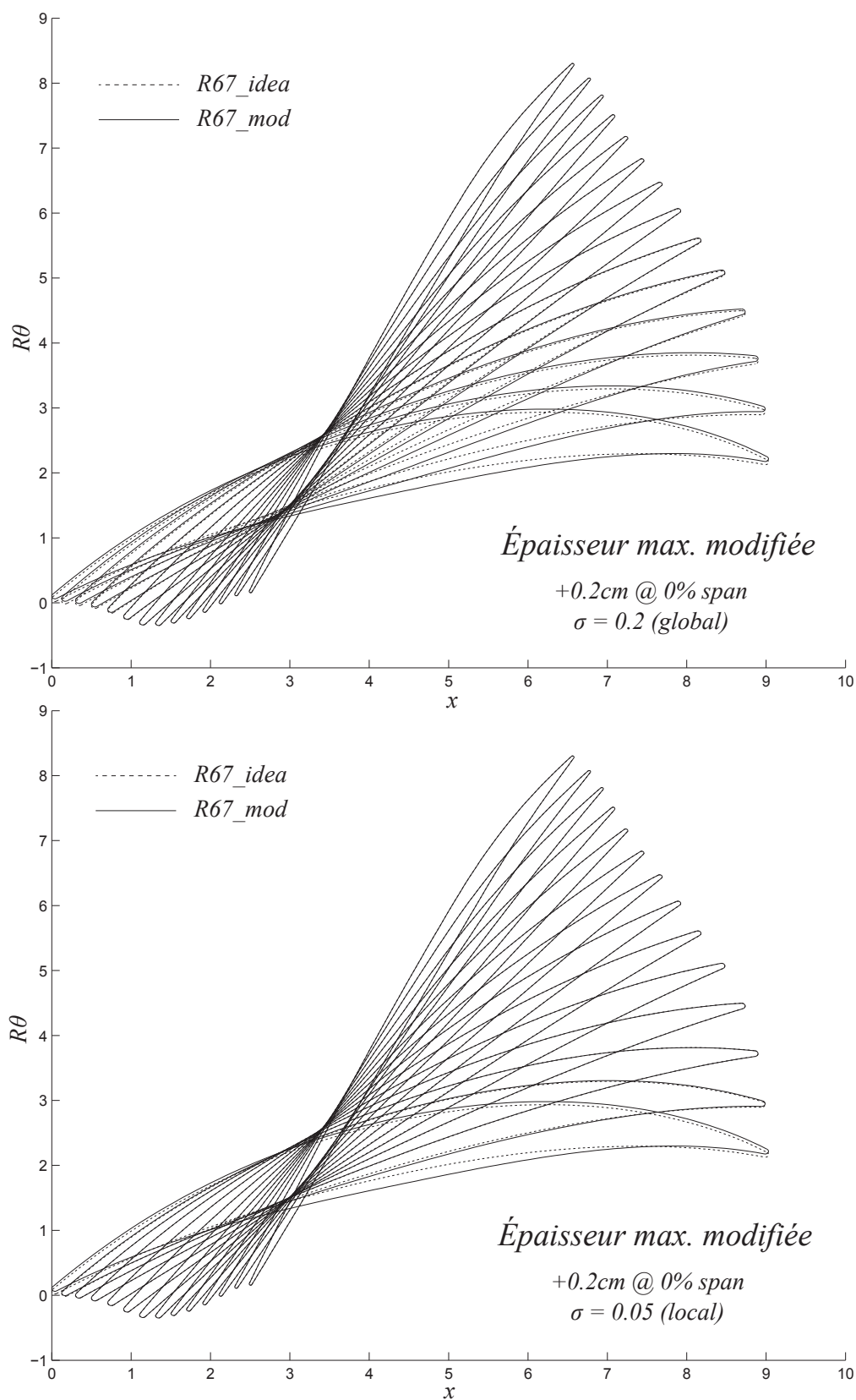


Figure 5.35 Comparaison des sections pour une modification de l'épaisseur maximale d'un point de vue global (haut) et local (bas).

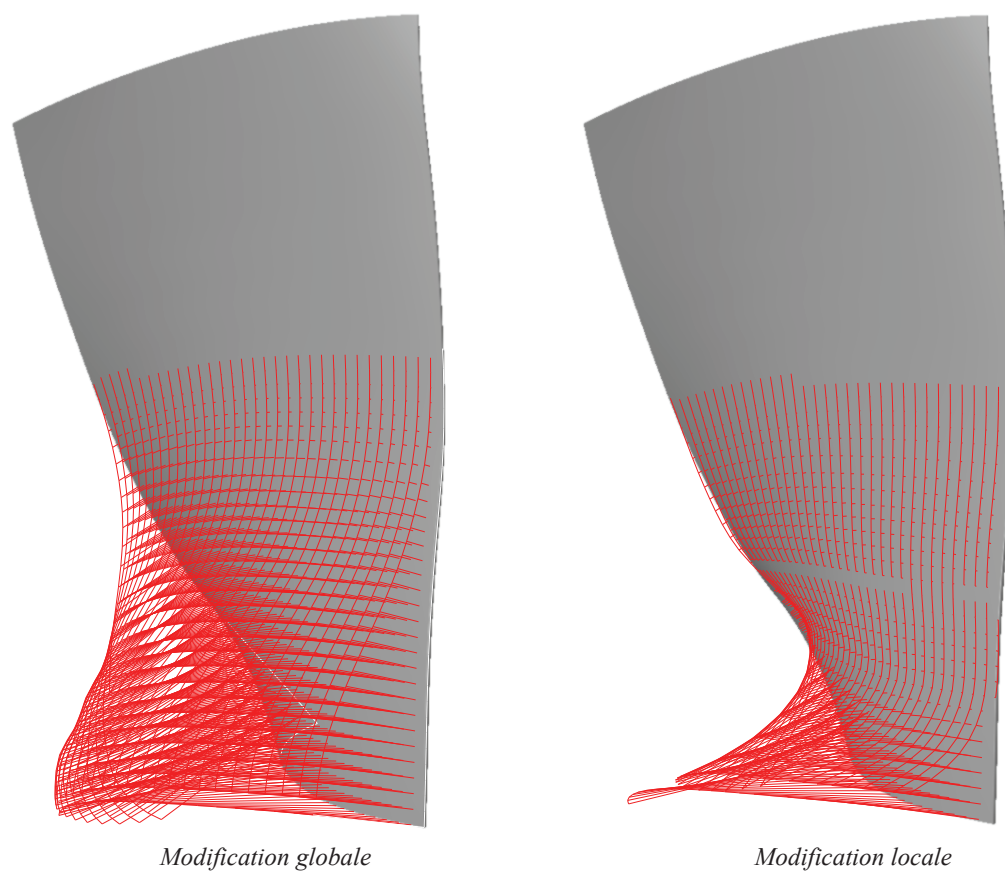


Figure 5.36 Comparaison de l'influence de la modification d'épaisseur sur la géométrie 3D de la pale.



## Modification des angles- $\beta$

La même démarche a été utilisée pour modifier les angles- $\beta$  de la pale. Pour ce paramètre, les angles de la pale au bord de fuite ont été modifiés dans le but de refermer légèrement la pale. Pour ce faire, une modification de -5 degrés a été appliqué à 85% de l'envergure. La figure 5.37 montre l'influence locale et globale sur la courbe de l'angle- $\beta$  au bord de fuite. On remarque que même si la requête de modification se situe à un endroit où il n'y a pas de point de contrôle, celle-ci est appliquée sur une région plus ou moins grande autour de cet endroit. On remarque par contre, que lorsqu'on modifie d'un point de vue très local ( $\sigma = 0.05$ ), la courbe tend à faire des formes plus irrégulières étant donné que peu de points de contrôle doivent être modifiés afin de rencontrer la modification demandée.

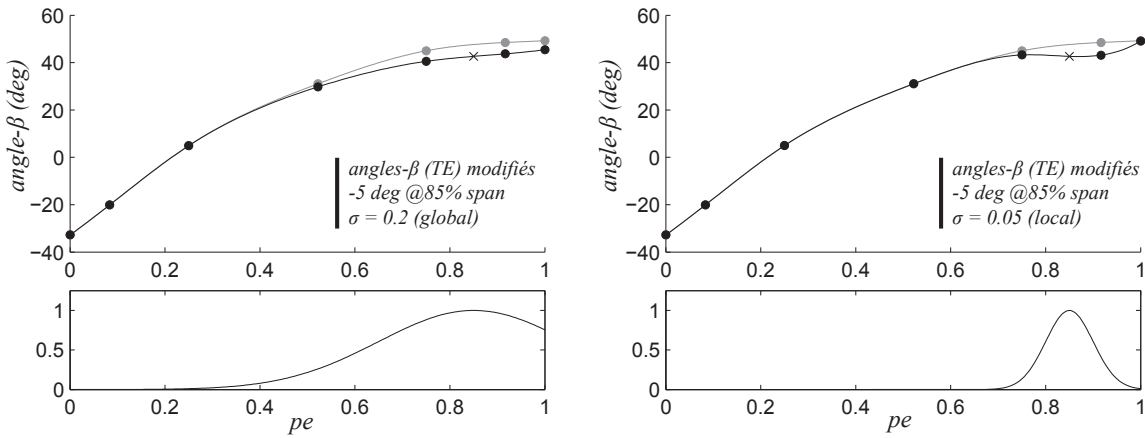


Figure 5.37 Influence de la modification (globale et locale) sur la distribution des points de contrôle de la spline du paramètre d'angle- $\beta$  au bord de fuite

Au niveau de la géométrie, la figure 5.38 montre la modification des sections suite à l'application de la modification. On remarque que les sections de la pale sont plus refermées à l'endroit demandé et que les autres sections restent inchangées. Encore une fois, la modification globale influence naturellement plus de sections que la modification locale. Finalement, on remarque encore qu'étant donné que la position du centroïde doit être conservée, les sections modifiées tendent à se déplacer légèrement dans la direction  $R\theta$  afin de rencontrer cette contrainte.

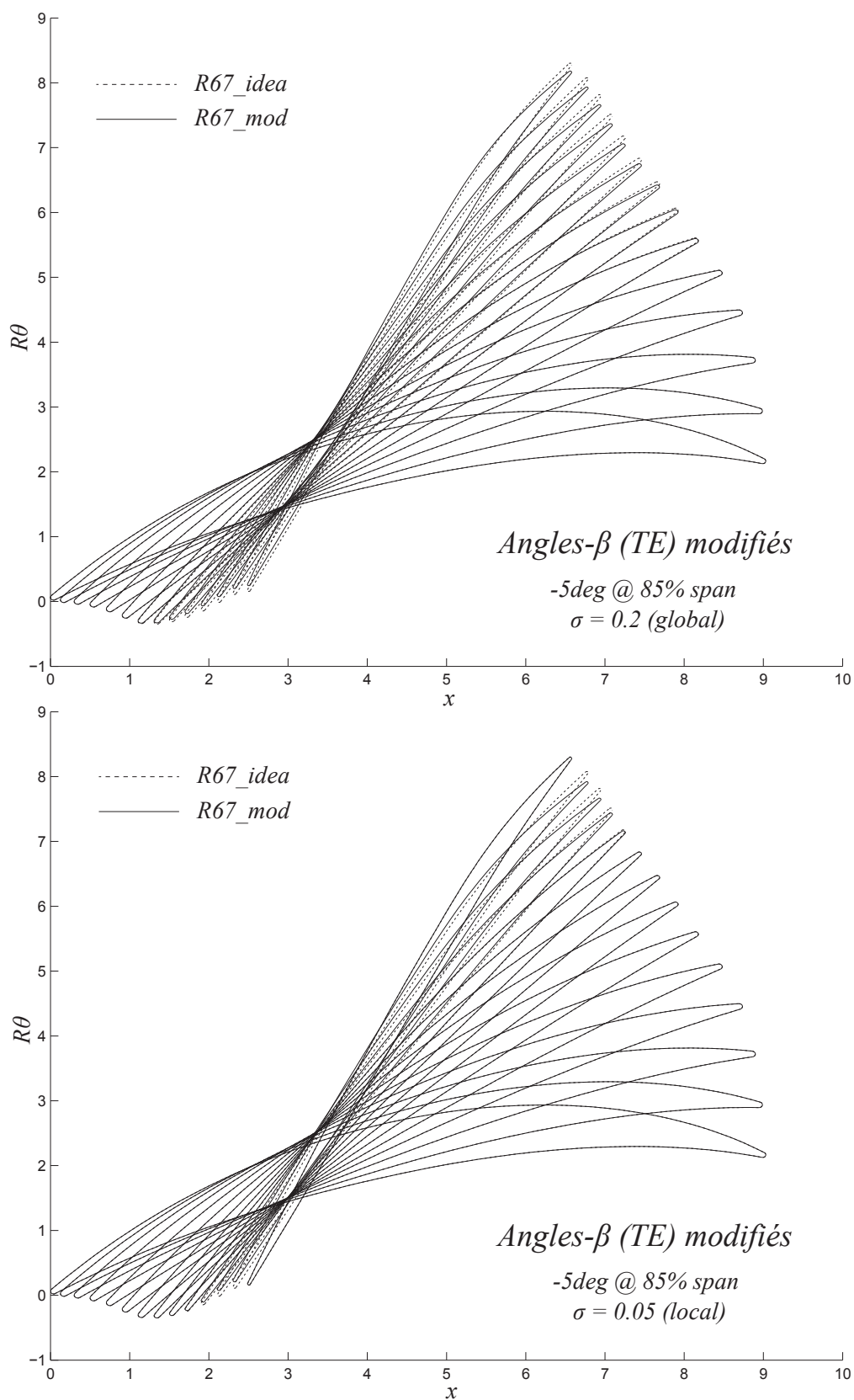


Figure 5.38 Comparaison des sections pour une modification des angles- $\beta$  au bord de fuite d'un point de vue global (haut) et local (bas).

## Modification de la corde méridionale

Finalement, cette même démarche a été appliquée à la modification de la corde méridionale. Pour se faire, la courbe du bord de fuite qui définit la corde méridionale (voir figure 5.12) a été modifiée à 50% de l'envergure dans le but de réduire la corde à cet endroit. La figure 5.39 montre la position des points de contrôle de la spline qui définit le bord de fuite de la pale dans le plan  $Rx$  une fois l'application de la modification locale et globale. Afin de modifier le bord de fuite, une réduction de 0.25 cm a été appliquée à 50% de l'envergure.

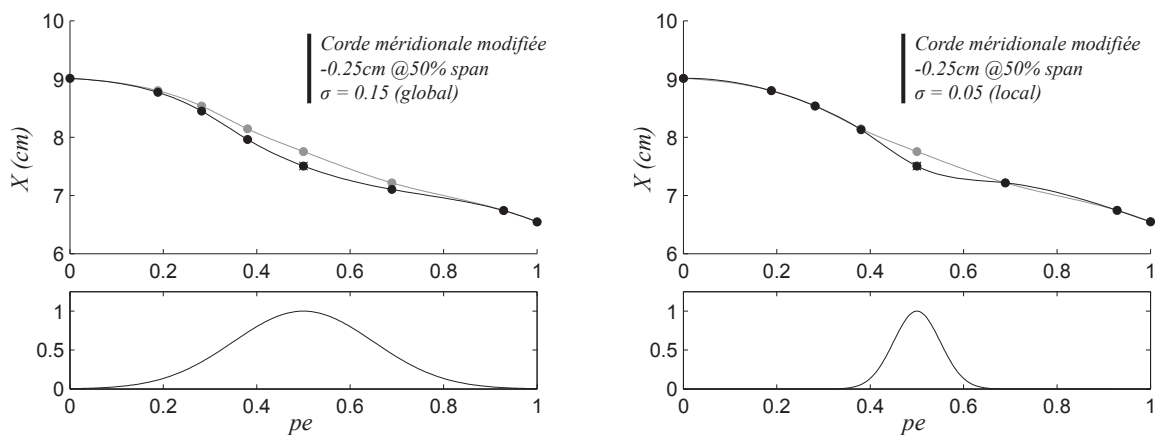


Figure 5.39 Influence de la modification (globale et locale) sur la distribution des points de contrôle de la spline du paramètre  $AX$  contrôlant la dimension de la pale dans le plan  $RX$ .

Géométriquement, la figure 5.40 montre l'altération des sections suite à l'application de cette modification. On remarque que cette modification tend à réduire la corde aérodynamique de la section étant donné la projection sur le plan  $Rx$ . Par contre, étant donné que seulement ce paramètre est modifié, les paramètres d'angle et d'épaisseur restent inchangés. Pour une meilleure visualisation de cette modification sur la géométrie, la figure 5.41 montre les deux pales modifiées d'un point de vue local et global côte à côte dans le plan  $Rx$ .

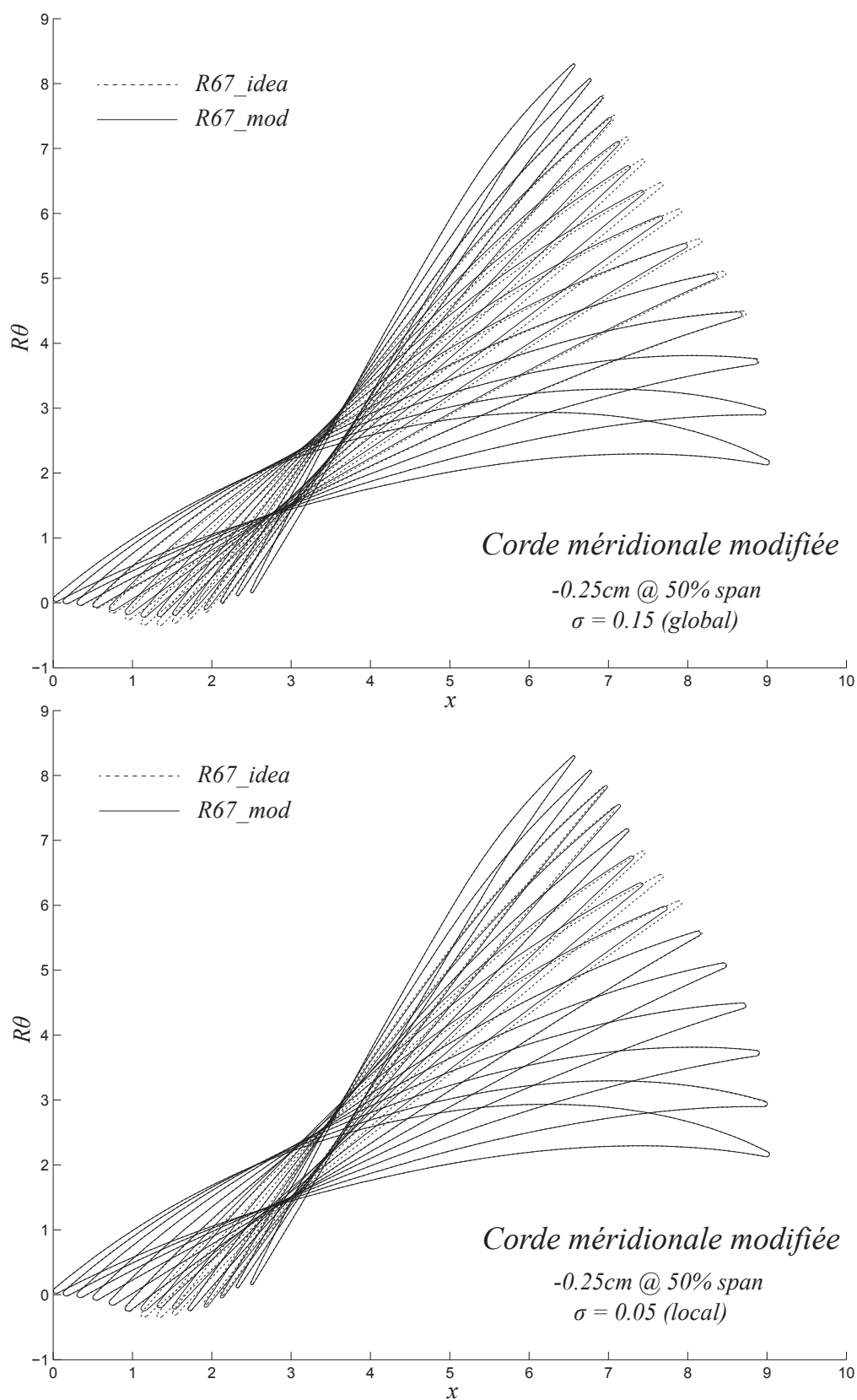


Figure 5.40 Comparaison des sections pour une modification de la corde méridionale d'un point de vue global (haut) et local (bas).

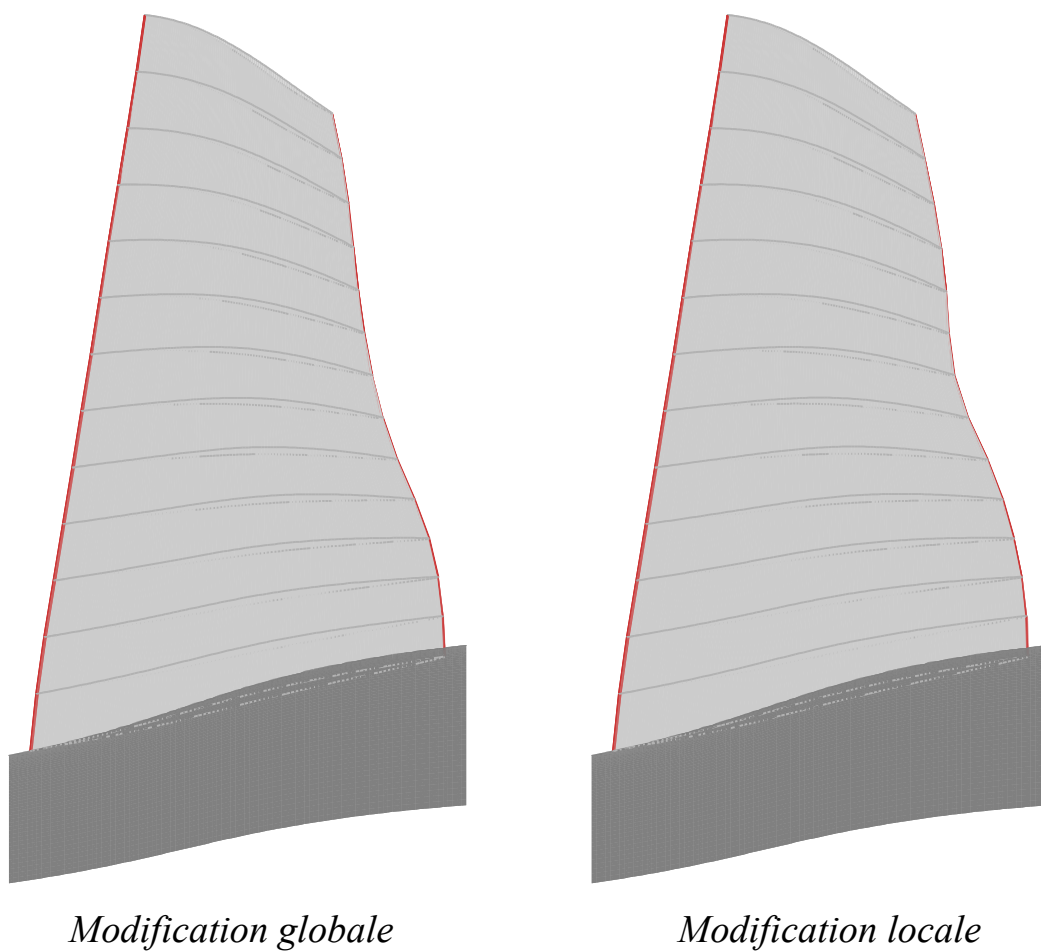


Figure 5.41 Vue méridionale des pales dont la corde méridionale a été modifiée d'un point de vue global (gauche) et local (droite).

### 5.2.2 Limites de la paramétrisation proposée

Lorsqu'utilisée dans une boucle d'optimisation, il est important que la paramétrisation qui contrôle la géométrie soit à la fois robuste et flexible. Le but de cette section est de montrer les limites de la paramétrisation tant au niveau de l'étendue des géométries qu'il est possible de créer que des points auxquels il faut faire attention lorsqu'utilisée dans un processus d'optimisation automatique.

Afin de relever les différents cas particuliers qui rendent la création de la géométrie impossible, plusieurs cas de figure ont été investigués. La paramétrisation s'est montrée plutôt robuste à différentes modifications radicales de la géométrie. Par contre, il existe deux cas de figures auxquels il faut faire attention.

Tout d'abord, les surfaces de révolution sur lesquelles reposent les sections de la pale (voir figure 3.2) sont définies par des courbes dans l'espace  $Rx$ . Ces courbes ont une longueur finie et il peut arriver que les courbes qui définissent la longueur et la position de la corde méridionale (voir figure 5.12) n'entre plus en intersection avec les surfaces de révolution. Alors, dans cette situation, la géométrie ne peut pas être créée. La figure 5.42 montre cette idée. Néanmoins, il est possible d'empêcher cette situation de survenir en définissant les courbes qui définissent les surfaces de révolution sur une plage de valeur beaucoup plus étendue que les dimensions estimées de la pale. Ainsi, il serait possible d'avoir une certaine marge de manœuvre dans la modification de ce paramètre.

La seconde source de problèmes reliés à la paramétrisation survient lorsque deux courbes qui définissent la position d'un paramètre dans la direction axiale (voir les figures 5.13 et 5.18) viennent à se croiser. La figure 5.43 illustre ce problème. Dans ce cas, la création de la géométrie devient impossible. Dans la situation où seulement trois (3) courbes sont utilisées pour définir la position des paramètres dans la direction axiale (comme c'est le cas pour la paramétrisation proposée du rotor 67 de la NASA), ce problème n'arrive pratiquement jamais étant donné que seulement la courbe médiane peut être modifiée. Par contre, il peut être voulu d'utiliser plus d'une courbe médiane afin de représenter des distributions (d'angle- $\beta$  ou d'épaisseur) complexes. Dans ce cas, il faut s'assurer qu'en modifiant celles-ci, elle ne doivent jamais se croiser.

En prenant en considération ces deux sources de défaillance, la paramétrisation s'est montrée très flexible au niveau de l'étendue des géométrie qu'il était possible de créer. En effet, en utilisant le module de modification multi-niveau présenté au chapitre 4, les limites de la paramétrisation ont été testées en appliquant des modifications très radicales afin de vérifier si la paramétrisation était robuste à des changements importants de géométrie. La figure 5.44 présente une de ces géométries. À partir de la paramétrisation initiale du rotor 67 de la NASA, une série de modifications ont été appliquées :

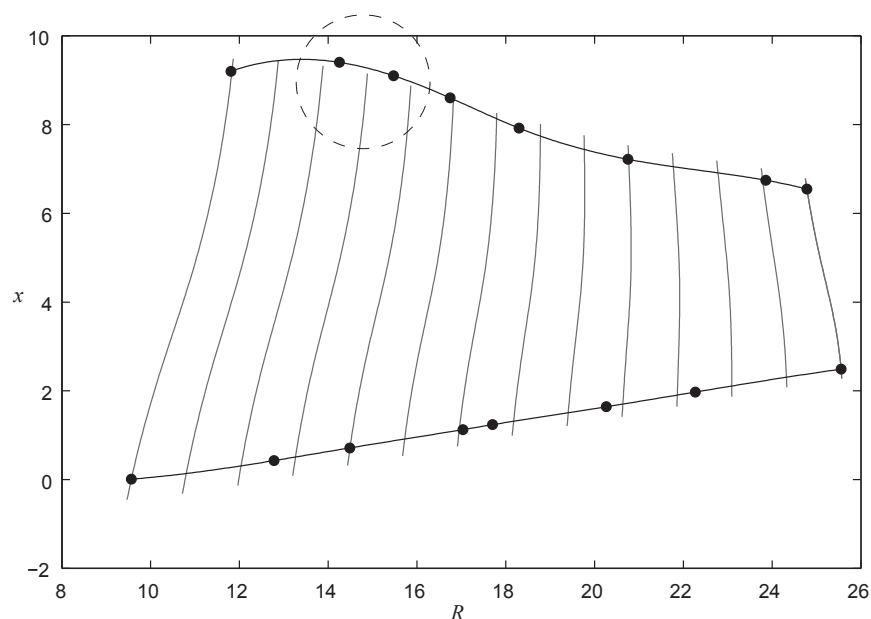


Figure 5.42 Lorsque que les courbes qui définissant la corde méridionale ne coupent pas les courbes qui sont utilisées pour créer les surfaces de révolution, la géométrie ne peut être construite.

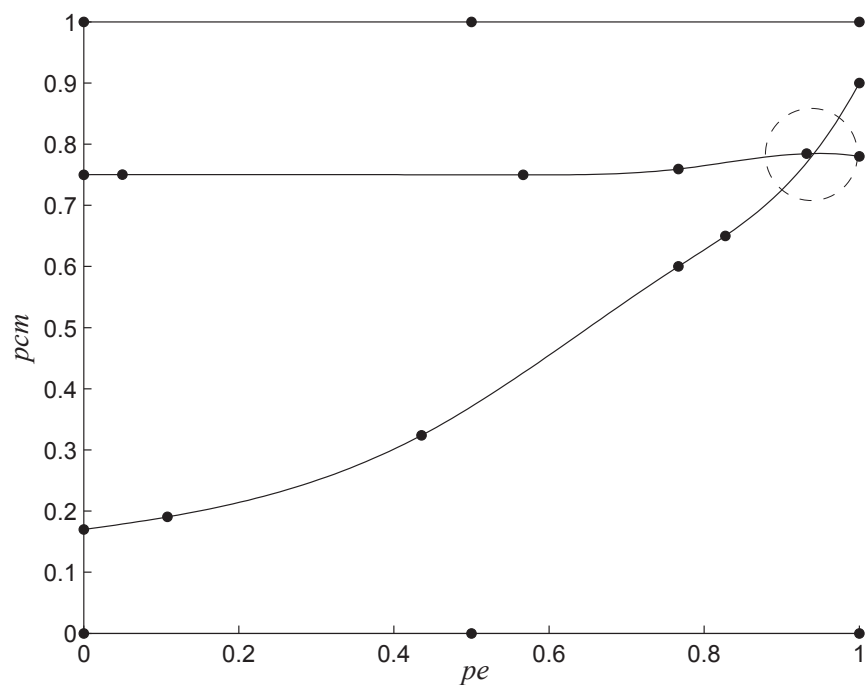


Figure 5.43 Lorsque que les courbes qui définissant la position des paramètres dans la direction axiale entrent en conflit, la géométrie ne peut être construite.

- Une augmentation de 1.5cm de l'épaisseur à l'extrémité de la pale
- Une augmentation de 25deg de l'angle- $\beta$  au bord d'attaque à 15% de l'envergure
- Une réduction de la corde méridionale de 5cm à 40% de l'envergure
- Un décalage de 0.25 dans la direction  $R\theta$  à 25% de l'envergure



Figure 5.44 Pale ayant subi des modifications radicales à partir de la paramétrisation initiale du rotor 67 de la NASA

La pale demeure lisse et inclue fidèlement les modifications demandées, sans générer d'effets secondaires imprévus sur la géométrie.



## CHAPITRE 6

### CONCLUSION

L'objectif principal de ce projet était de reconsidérer la méthode de paramétrisation des pales de soufflantes des turbosoufflantes modernes.

En effet, la paramétrisation couramment utilisée dans la littérature et chez Pratt&Whitney Canada consiste à paramétrer une série de sections 2D distribuées de façon radiale dans la direction de l'envergure. Étant donné la nécessité d'améliorer la précision de la géométrie de cette composante, le nombre de sections a notamment augmenté au cours des dernières années et le nombre total de paramètres nécessaires à la paramétrisation a naturellement suivi la même tendance. De plus, ce type de paramétrisation ne permet pas de modifier les paramètres de la pale d'un point de vue global. Chaque section est paramétrée indépendamment et obtenir une géométrie lisse et régulière peut devenir fastidieux. Conséquemment, ce type de paramétrisation peut difficilement être utilisé dans un processus d'optimisation multidisciplinaire et il a été nécessaire de repenser l'approche de conception de cette composante.

#### 6.1 Synthèse des travaux

On doit noter qu'étant donné les différentes connaissances reliées à l'utilisation des paramètres tels que les angles de la pale et les distributions d'épaisseur, il a été convenu que l'approche proposée devait se rapprocher le plus possible de la paramétrisation couramment utilisée en tentant d'en régler ses principales lacunes. Dans ce sens, l'approche proposée consiste à créer des distributions de paramètres dans la direction de l'envergure. Ces distributions sont construites à partir de *splines* qui contiennent un nombre réduit de points de contrôle indépendants du nombre et de la position des sections. Cette technique permet donc une réduction considérable du nombre de paramètres nécessaire à la définition de la géométrie de la pale. De plus, l'approche proposée établit un lien entre les paramètres dans la direction de l'envergure évitant ainsi les discontinuités des paramètres de section en section.

L'approche proposée a été développée sous l'interface MathWorks<sup>TM</sup> MATLAB<sup>®</sup> et la construction de la géométrie est basée sur les travaux de Miller et al. [15]. Une fois la géométrie créée, celle-ci peut être exportée vers Dassault Système<sup>®</sup> CATIA<sup>®</sup> afin de la visualiser en 3D ou vers ANSYS TurboGrid afin de créer un maillage du domaine fluide dans le but d'évaluer ses performances aérodynamiques. La création de la géométrie dans le logiciel CATIA se fait automatiquement à partir d'une macro Visual Basic.

L'approche proposée a été utilisée afin de recréer une pale du rotor 67 de la NASA. Pour ce faire, il a été d'abord nécessaire d'extraire les différents paramètres de la définition de la géométrie fournie par Strazisar et al. [1] et d'y appliquer la paramétrisation proposée. Cette technique a fourni de bons résultats en répliquant efficacement la géométrie de référence. Par contre, certains décalages entre les deux géométries étaient observables notamment au point de vue du décalage des sections dans la direction  $R\theta$ . Pour améliorer encore les résultats, une optimisation géométrique a été appliquée à la géométrie en utilisant les cent vingt-trois (123) points de contrôle qui définissent la géométrie. Cette optimisation géométrique avait pour but de réduire la distance totale entre la géométrie recrée à partir de la paramétrisation proposée et la géométrie de référence. Cette technique a grandement amélioré les résultats. À cet effet, en comparant les deux géométries, la distance maximale observée était de 0.101 mm représentant 0.108% relativement à la corde méridionale. De plus, en comparant les performances aérodynamiques des deux pales, on observe des comportements très similaires au niveau des contours de Mach et les courbes de distribution de pression sur la pale, très sensibles à la définition de la géométrie, sont sensiblement équivalentes. Finalement, en comparant les performances générales de la pale, on observe une variation de 0.16% au niveau de l'efficacité générale de la pale et de 0.07% au niveau du rapport de pression totale de la soufflante.

Un module de modification multi-niveau a aussi été développé permettant la modification de la pale d'un point de vue local et global. Ce module a été utilisé afin d'appliquer des modifications typiques sur la pale du rotor 67 de la NASA. L'épaisseur, les angles et la corde méridionale de la pale ont été modifiés efficacement d'un point de vue local et global démontrant qu'avec un nombre réduit de paramètres, il était possible de modifier efficacement la géométrie de la pale selon différents niveaux de précision. Ceci permet de rencontrer les besoins spécifiques des différentes disciplines impliquées durant la conception des pales. Ceci laisse croire que l'utilisation de l'approche proposée pourrait être possible dans un processus d'optimisation multidisciplinaire.

## 6.2 Travaux futurs

Bien que l'approche paramétrique développée dans le cadre de ce mémoire soit appliquée spécifiquement à la conception de pales de soufflantes, les concepts de base de celle-ci pourraient être étendus à la conception de géométries définies par une série de sections distribuées dans une direction. Notons d'ailleurs, les ailes d'avions qui sont souvent conçues en paramétrant une série de sections bidimensionnelles distribuées dans la direction de l'envergure de l'aile. Pour cette géométrie, les sections sont habituellement paramétrées individuellement et il n'existe pratiquement aucune continuité des paramètres dans cette même direction. L'ap-

proche développée dans le cadre de ce mémoire pourrait donc être appliquée à ce genre de géométrie en offrant un contrôle tridimensionnel sur la paramétrisation.

De plus, une attention particulière devrait être portée à la construction de la géométrie à l'intérieur de l'interface CAD. Comme on peut remarquer à la figure 5.28 et 5.29 la technique utilisée pour créer la géométrie tridimensionnelle dans l'interface CAD induit de légères ondulations sur la surface. Cette technique est décrite à la section 3.3.3. Différentes expérimentations ont montré que ces ondulations pouvaient être causées par la définition des courbes guides avec lesquelles sont construites les surfaces multi-sections. Cet obstacle n'a pas nui à la validation de la méthode étant donné que pour comparer les géométries, la même méthode de construction a été utilisée pour les deux pales (*R67\_ref* et *R67\_idea*). De plus, dans la comparaison des performances aérodynamiques, seules les sections sont nécessaires à la création du maillage et encore une fois, le même maillage a été utilisé pour les deux géométries.

De même, il pourrait être intéressant de se pencher davantage sur l'utilisation du module de modification multi-niveau et de tester son application sur la paramétrisation section-par-section présentement utilisée. En effet, le concept de base d'avoir une fonction d'influence qui contrôle la modification des paramètres sur une plage plus ou moins grande pourrait être appliqué directement à la paramétrisation section-par-section. Aussi, il serait intéressant d'approfondir cette méthode en contrôlant la fonction d'influence plus précisément et même de la définir à la fois dans la direction de l'envergure et dans la direction axiale.

Finalement, l'approche proposée devrait être utilisée à l'intérieur d'une boucle d'optimisation multidisciplinaire afin de vérifier sa flexibilité et sa robustesse. Ce travail est présentement amorcé par Saima Naz, candidate au doctorat au sein de la chaire IDEA.

## RÉFÉRENCES

- [1] A. J. Strazisar, J. R. Wood, M. D. Hathaway and K. L. Suder, “Laser anemometer measurements in a transonic axial-flow fan rotor”, Technical report, National Aeronautics and Space Administration, Office of Management, Scientific and Technical Information Division, November 1989 1989.
- [2] “Discussions avec les ingénieurs chez Pratt & Whitney Canada”, 2010.
- [3] N. Chen, H. Zhang, F. Ning, Y. Xu and W. Huang, “An Effective Turbine Blade Parameterization and Aerodynamic Optimization Procedure Using an Improved Response Surface Method”, in *ASME Turbo Expo 2006 : Power for Land, Sea and Air*, volume 2006, pp. 1169–1180, Barcelona, Spain, 2006, ASME.
- [4] U. Idahosa, V. V. Golubev and V. O. Balabanov, “Application of distributed automated MDO environment to aero/acoustic shape optimization of a fan blade”, in *AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (26th AIAA Aeroacoustics Conference)*, pp. 1–14, Monterey, California, 2005.
- [5] J. Gräsel, A. Keskin, M. Swoboda, H. Przewozny and A. Saxer, “A Full Parametric Model for Turbomachinery Blade Design and Optimization”, in *DETC’04 - ASME 2004 Design Engineering Technical Conference and Computers and Information in Engineering Conference*, pp. 907–914, Salt Lake City, Utah, 2004.
- [6] T. Korakianitis and G. I. Pantazopoulos, “Improved turbine-blade design techniques using 4th-order parametric-spline segments”, *Computer Aided Design*, vol. 25, n. 5, pp. 289–299, 1993.
- [7] A. Merchant and R. Haimes, “A CAD-Based Blade Geometry Model for Turbomachinery Aero Design Systems”, in *ASME Turbo Expo 2003 Power for Land, Sea and Air*, pp. 1237–1247, Atlanta, Georgia, 2003.
- [8] T. Lengyel, C. Voß, T. Schmidt and E. Nicke, “Design of a Counter Rotating Fan - An Aircraft Engine Technology to Reduce Noise and CO2 Emissions”, in *ISABE 2009*, pp. 1–10, Montreal, Qc, 2009.
- [9] D. Büche, G. Guidati and P. Stoll, “Automated design optimization of compressor blades for stationary, large-scale turbomachinery”, in *ASME Turbo Expo 2003 Power for Land, Sea and Air*, pp. 1249–1257, Atlanta, Georgia, 2003.
- [10] N. Chen, H. Zhang, Y. Xu and W. Huang, “Geometry effects on aerodynamics performance of a low aspect ratio turbine nozzle”, *Journal of Thermal Science*, vol. 13, n. 4, pp. 289–296, 2004.

- [11] N. Chen, H. Zhang, W. Huang and Y. Xu, “Study on aerodynamic design optimization of turbomachinery blades”, *Journal of Thermal Science*, vol. 14, n. 4, pp. 298–304, 2005.
- [12] N. Chen, H. Zhang, Y. Xu and W. Huang, “Blade parameterization and aerodynamic design optimization for a 3D transonic compressor rotor”, *Journal of Thermal Science*, vol. 16, n. 2, pp. 105–114, 2007.
- [13] R. Dornberger, P. Stoll, D. Büche and A. Neu, “Multidisciplinary turbomachinery blade design optimization”, *AIAA Paper 2000-0838*, 2000.
- [14] A. Oyama, M. Liou and S. Obayashi, “High-fidelity swept and leaned rotor blade design optimization using evolutionary algorithm”, in *16th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, pp. 1–10, Orlando, Florida, 2003.
- [15] P. L. Miller IV, J. H. Oliver, D. P. Miller and D. L. Tweedt, “BladeCAD : An Interactive Geometric Design Tool for Turbomachinery Blades”, in *Prepared for the 41st Gas Turbine and Aeroengine Congress*, pp. 1–10, Birmingham, United Kingdom, 1996.
- [16] J. M. Anders, J. Haarmeyer and H. Heukenkamp, “A Parametric Blade Design System (Part I+ II)”, *Von Karman Institute for fluid dynamics : lecture series*, 1999.
- [17] D. F. Durschmidt, A. Medlock and M. J. Miller, “An Integrated Design System for Fans, Compressors, and Turbines : Part 3 - Fan and Compressor Airfoil Geometry Generators”, in *ASME Turbo Expo 2004 Power for Land, Sea and Air*, pp. 1–11, Vienna, Austria, 2004.
- [18] H. F. Abdelhamid, *Incorporation of Sweep in a Transonic Fan Design Using a 3D Blade-Row Geometry Package Intended for Aero-Structural-Manufacturing Optimization*, PhD thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, 1997.
- [19] L. Ferrando López, *Optimum Design Procedure for Hydraulic Turbines*, PhD thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 2005.
- [20] D. M. Fudge, D. W. Zingg and R. Haimes, “A CAD-Free and a CAD-Based Geometry Control System for Aerodynamic Shape Optimization”, *AIAA Paper 2005-0451*, pp. 1–15, 2005.
- [21] D. Delap, J. Hogge and C. G. Jensen, “CAD-centric Creation and Optimization of a Gas Turbine Flowpath Module with Multiple Parameterizations”, *Computer-Aided Design & Applications*, vol. 3, n. 1-4, pp. 175–184, 2006.
- [22] C. A. Crawford and R. Haimes, “Synthesizing an MDO Architecture in CAD”, in *AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, pp. 1–11, Reno, Nevada, 2004.
- [23] Eric W. Weisstein, “Wolfram MathWorld”, 1995.
- [24] L. Piegl and W. Tiller, *The NURBS Book*, Springer, springer Edition, 1997.

- [25] J. A. Samareh, “Aerodynamic Shape Optimization Based on Free-Form Deformation”, *AIAA Paper 2004-4630*, pp. 1–13, 2004.
- [26] A. Ronzheimer, “Shape Parametrization Using Freeform Deformation”, *MEGAFLOW-Numerical Flow Simulation for Aircraft Design*, vol. 89, pp. 211–222, 2005.
- [27] S. S. Sarakinos, E. Amoiralis and K. Nikolos, “Exploring Freeform Deformation Capabilities in Aerodynamic Shape Parameterization”, in *Eurocon 2005*, pp. 535–538, Serbia & Montenegro, Belgrade, 2005.
- [28] R. A. Noble and G. J. Clapworthy, “Direct manipulation of surfaces using NURBS-based free-form deformations”, in *1999 International Conference on Information Visualisation*, pp. 238–243, London, UK, 1999.
- [29] H. J. Lamousin and W. N. Waggenspack, “NURBS-Based Free-Form Deformations”, *IEEE Computer Graphics and Applications*, vol. 14, n. 6, pp. 59–65, 1994.
- [30] J. Pernot, F. Giannini, B. Falcidieno and J. Léon, “Parameterised free-form feature templates”, in *IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications*, pp. 140–147, Beijing, 2009.
- [31] N. Giammichele, “Modélisation Géométrique Multi-Résolution pour la Génération et l’Optimisation d’Ailes d’Avion”, Master’s thesis, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Qc, 2007.
- [32] G. Elber and C. Gotsman, “Multiresolution control for nonuniform B-spline curve editing”, in *3rd Pacific Graphics Conference on Computer Graphics and Applications*, pp. 267–278, Seoul, Korea, 1995.
- [33] J.-A. Désidéri and A. Janka, “Hierarchical parameterization for multilevel evolutionary shape optimization with application to aerodynamics”, in *EUROGEN 2003 - International Congress on Evolutionary Shape Optimization and Control with Applications to Industrial Problems*, pp. 1–18, Barcelona, Spain, 2003.
- [34] H. Cohen, G. C. F. Rogers and H. I. H. Saravanamuttoo, *Gas Turbine Theory*, 4th ed., Longman Group Limited.

## ANNEXE A

Coordonnées des points de la pale de Strazisar [1]

Tableau A.1 NASA Rotor 67 - Section 1

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
0.1338	0.9604	95.6525	95.6573	0.0100	0.6702	0.2548	95.7759	95.7762	0.0027
2.7160	3.4812	96.1777	96.2407	0.0362	2.7160	1.5523	96.2282	96.2407	0.0161
5.4378	5.9924	96.6997	96.8852	0.0619	5.4378	3.2547	96.8305	96.8852	0.0336
8.1570	8.3146	97.2042	97.5592	0.0853	8.1570	4.8506	97.4385	97.5592	0.0497
10.8754	10.4521	97.7056	98.2631	0.1066	10.8754	6.2394	98.0648	98.2631	0.0635
13.5921	12.5201	98.2015	98.9964	0.1268	13.5921	7.5629	98.7071	98.9964	0.0765
16.3072	14.4894	98.7009	99.7588	0.1458	16.3072	8.8738	99.3633	99.7588	0.0891
19.0194	16.2357	99.2301	100.5495	0.1622	19.0194	10.0942	100.0415	100.5495	0.1006
21.7294	17.8197	99.7898	101.3684	0.1767	21.7294	11.2308	100.7443	101.3684	0.1110
24.4372	19.2881	100.3784	102.2147	0.1898	24.4372	12.3125	101.4704	102.2147	0.1208
27.1419	20.6411	100.9954	103.0831	0.2016	27.1419	13.3518	102.2147	103.0831	0.1299
29.8434	21.8752	101.6395	103.9669	0.2120	29.8434	14.3369	102.9736	103.9669	0.1383
32.5408	22.9978	102.3053	104.8583	0.2211	32.5408	15.2633	103.7415	104.8583	0.1461
35.2334	24.0190	102.9859	105.7497	0.2291	35.2334	16.1355	104.5115	105.7497	0.1532
37.9207	24.9460	103.6744	106.6334	0.2361	37.9207	16.9581	105.2763	106.6334	0.1597
40.6023	25.7749	104.3666	107.5022	0.2421	40.6023	17.7338	106.0294	107.5022	0.1657
43.2773	26.5108	105.0555	108.3489	0.2472	43.2773	18.4599	106.7648	108.3489	0.1712
45.9453	27.1554	105.7357	109.1671	0.2514	45.9453	19.1337	107.4772	109.1671	0.1762
48.6060	27.7028	106.4042	109.9513	0.2547	48.6060	19.7559	108.1619	109.9513	0.1807
51.2594	28.1566	107.0577	110.6985	0.2572	51.2594	20.3245	108.8167	110.6985	0.1847
53.9054	28.5195	107.6973	111.4095	0.2589	53.9054	20.8371	109.4435	111.4095	0.1881
56.5443	28.7879	108.3255	112.0855	0.2597	56.5443	21.2949	110.0440	112.0855	0.1911
59.1761	28.9593	108.9442	112.7275	0.2598	59.1761	21.6979	110.6196	112.7275	0.1937
61.8010	29.0325	109.5548	113.3364	0.2591	61.8010	22.0431	111.1721	113.3364	0.1957
64.4192	29.0053	110.1590	113.9136	0.2575	64.4192	22.3274	111.7041	113.9136	0.1973
67.0311	28.8719	110.7585	114.4597	0.2550	67.0311	22.5489	112.2166	114.4597	0.1983
69.6369	28.6282	111.3548	114.9759	0.2516	69.6369	22.7024	112.7123	114.9759	0.1988
72.2368	28.2705	111.9484	115.4628	0.2474	72.2368	22.7884	113.1916	115.4628	0.1987
74.8312	27.7924	112.5408	115.9217	0.2421	74.8312	22.8017	113.6570	115.9217	0.1980
77.4204	27.1870	113.1323	116.3531	0.2358	77.4204	22.7394	114.1094	116.3531	0.1967
80.0045	26.4408	113.7244	116.7577	0.2284	80.0045	22.5951	114.5505	116.7577	0.1948
82.5840	25.5580	114.3140	117.1363	0.2200	82.5840	22.3649	114.9814	117.1363	0.1921
85.1592	24.5195	114.9029	117.4899	0.2102	85.1592	22.0344	115.4052	117.4899	0.1887
87.7309	23.2557	115.5010	117.8190	0.1987	87.7309	21.5797	115.8259	117.8190	0.1842
90.1033	21.9046	116.0544	118.1035	0.1865	89.7780	21.1407	116.1573	118.0655	0.1800
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
0.6702	0.2548	95.7759	95.7762	0.0027	90.1033	21.9046	116.0544	118.1035	0.1865
0.5389	0.1986	95.7468	95.7470	0.0021	90.2039	21.8189	116.0824	118.1152	0.1858
0.3968	0.1885	95.7153	95.7154	0.0020	90.2728	21.7066	116.1116	118.1232	0.1848
0.2589	0.2256	95.6847	95.6849	0.0024	90.3031	21.5786	116.1390	118.1267	0.1837
0.1400	0.3060	95.6582	95.6586	0.0032	90.2919	21.4476	116.1620	118.1254	0.1826
0.0524	0.4211	95.6384	95.6393	0.0044	90.2403	21.3264	116.1782	118.1194	0.1815
0.0055	0.5589	95.6274	95.6290	0.0058	90.1534	21.2270	116.1862	118.1093	0.1807
0.0041	0.7049	95.6261	95.6287	0.0074	90.0397	21.1590	116.1851	118.0961	0.1801
0.0484	0.8435	95.6347	95.6385	0.0088	89.9103	21.1293	116.1752	118.0810	0.1799
0.1338	0.9604	95.6525	95.6573	0.0100	89.7780	21.1407	116.1573	118.0655	0.1800



Tableau A.2 NASA Rotor 67 - Section 2

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
1.3893	0.6579	108.0268	108.0288	0.0061	1.9818	-0.0735	108.1462	108.1462	-0.0007
3.9540	3.2939	108.4964	108.5464	0.0303	3.9540	1.2287	108.5394	108.5464	0.0113
6.6593	5.9135	108.9587	109.1191	0.0542	6.6593	2.9339	109.0797	109.1191	0.0269
9.3607	8.3689	109.3993	109.7189	0.0764	9.3607	4.5663	109.6238	109.7189	0.0416
12.0601	10.7143	109.8251	110.3465	0.0973	12.0601	6.1762	110.1735	110.3465	0.0560
14.7591	12.8550	110.2541	111.0010	0.1161	14.7591	7.6696	110.7357	111.0010	0.0692
17.4533	14.7613	110.7029	111.6827	0.1326	17.4533	8.9941	111.3200	111.6827	0.0806
20.1436	16.5932	111.1592	112.3908	0.1482	20.1436	10.2728	111.9203	112.3908	0.0915
22.8303	18.3411	111.6282	113.1249	0.1628	22.8303	11.5412	112.5346	113.1249	0.1022
25.5120	19.9460	112.1243	113.8846	0.1761	25.5120	12.7782	113.1655	113.8846	0.1124
28.1881	21.4168	112.6475	114.6653	0.1879	28.1881	13.9579	113.8126	114.6653	0.1220
30.8578	22.7709	113.1927	115.4604	0.1985	30.8578	15.0821	114.4711	115.4604	0.1310
33.5199	24.0247	113.7539	116.2632	0.2081	33.5199	16.1593	115.1347	116.2632	0.1394
36.1736	25.1863	114.3252	117.0666	0.2168	36.1736	17.1990	115.7963	117.0666	0.1475
38.8181	26.2583	114.9017	117.8639	0.2247	38.8181	18.2005	116.4502	117.8639	0.1550
41.4529	27.2385	115.4792	118.6481	0.2316	41.4529	19.1628	117.0904	118.6481	0.1622
44.0775	28.1341	116.0512	119.4128	0.2378	44.0775	20.0837	117.7118	119.4128	0.1690
46.6919	28.9478	116.6128	120.1521	0.2433	46.6919	20.9656	118.3088	120.1521	0.1754
49.2955	29.6777	117.1605	120.8609	0.2481	49.2955	21.8077	118.8772	120.8609	0.1814
51.8890	30.3265	117.6922	121.5366	0.2522	51.8890	22.6071	119.4155	121.5366	0.1871
54.4726	30.8937	118.2092	122.1795	0.2556	54.4726	23.3638	119.9248	122.1795	0.1924
57.0471	31.3785	118.7141	122.7911	0.2584	57.0471	24.0770	120.4074	122.7911	0.1974
59.6128	31.7822	119.2082	123.3722	0.2606	59.6128	24.7460	120.8649	123.3722	0.2019
62.1702	32.1051	119.6931	123.9241	0.2621	62.1702	25.3700	121.2994	123.9241	0.2062
64.7196	32.3453	120.1706	124.4475	0.2629	64.7196	25.9472	121.7125	124.4475	0.2100
67.2618	32.4983	120.6428	124.9433	0.2631	67.2618	26.4769	122.1057	124.9433	0.2135
69.7971	32.5634	121.1111	125.4124	0.2627	69.7971	26.9561	122.4812	125.4124	0.2166
72.3257	32.5410	121.5758	125.8554	0.2615	72.3257	27.3843	122.8401	125.8554	0.2193
74.8483	32.4246	122.0394	126.2734	0.2597	74.8483	27.7587	123.1845	126.2734	0.2216
77.3650	32.2109	122.5027	126.6667	0.2571	77.3650	28.0761	123.5159	126.6667	0.2235
79.8764	31.8919	122.9680	127.0363	0.2538	79.8764	28.3377	123.8354	127.0363	0.2250
82.3827	31.4779	123.4320	127.3826	0.2497	82.3827	28.5415	124.1439	127.3826	0.2260
84.8842	30.9562	123.8979	127.7066	0.2448	84.8842	28.6739	124.4459	127.7066	0.2265
87.3813	30.2688	124.3786	128.0087	0.2387	87.3813	28.7205	124.7452	128.0087	0.2263
89.5970	29.5340	124.8141	128.2607	0.2324	89.4221	28.7040	124.9877	128.2413	0.2257
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
1.9818	-0.0735	108.1462	108.1462	-0.0007	89.5970	29.5340	124.8141	128.2607	0.2324
1.8437	-0.1366	108.1187	108.1188	-0.0013	89.7157	29.4675	124.8433	128.2739	0.2318
1.6929	-0.1512	108.0887	108.0888	-0.0014	89.8077	29.3683	124.8771	128.2840	0.2310
1.5453	-0.1160	108.0596	108.0596	-0.0011	89.8640	29.2462	124.9121	128.2902	0.2300
1.4165	-0.0346	108.0342	108.0342	-0.0003	89.8790	29.1130	124.9449	128.2918	0.2289
1.3200	0.0845	108.0152	108.0152	0.0008	89.8513	28.9816	124.9723	128.2888	0.2279
1.2659	0.2288	108.0043	108.0046	0.0021	89.7837	28.8650	124.9916	128.2813	0.2270
1.2598	0.3831	108.0027	108.0034	0.0035	89.6826	28.7746	125.0011	128.2702	0.2263
1.3025	0.5313	108.0104	108.0118	0.0049	89.5580	28.7191	124.9997	128.2564	0.2258
1.3893	0.6579	108.0268	108.0288	0.0061	89.4221	28.7040	124.9877	128.2413	0.2257

Tableau A.3 NASA Rotor 67 - Section 3

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
3.0602	0.2335	120.3578	120.3581	0.0019	3.6305	-0.4300	120.4563	120.4571	-0.0036
5.6195	3.1021	120.7721	120.8119	0.0257	5.6195	0.9085	120.8085	120.8119	0.0075
8.2913	5.8947	121.1690	121.3123	0.0486	8.2913	2.6723	121.2829	121.3123	0.0220
10.9539	8.4586	121.5449	121.8389	0.0695	10.9539	4.3853	121.7600	121.8389	0.0360
13.6100	10.8358	121.9111	122.3917	0.0887	13.6100	6.0144	122.2438	122.3917	0.0492
16.2605	13.0716	122.2737	122.9704	0.1065	16.2605	7.5788	122.7366	122.9704	0.0617
18.9031	15.1847	122.6380	123.5745	0.1232	18.9031	9.1004	123.2390	123.5745	0.0737
21.5377	17.1436	123.0147	124.2035	0.1385	21.5377	10.5669	123.7532	124.2035	0.0852
24.1639	18.9596	123.4093	124.8572	0.1524	24.1639	11.9766	124.2815	124.8572	0.0961
26.7815	20.6627	123.8225	125.5347	0.1654	26.7815	13.3404	124.8238	125.5347	0.1065
29.3896	22.2576	124.2541	126.2319	0.1772	29.3896	14.6703	125.3765	126.2319	0.1165
31.9875	23.7523	124.7008	126.9428	0.1882	31.9875	15.9676	125.9345	126.9428	0.1261
34.5743	25.1546	125.1581	127.6609	0.1983	34.5743	17.2325	126.4925	127.6609	0.1354
37.1492	26.4670	125.6223	128.3802	0.2077	37.1492	18.4636	127.0456	128.3802	0.1443
39.7115	27.6945	126.0885	129.0941	0.2162	39.7115	19.6629	127.5878	129.0941	0.1529
42.2611	28.8459	126.5509	129.7968	0.2241	42.2611	20.8327	128.1140	129.7968	0.1612
44.7980	29.9235	127.0045	130.4820	0.2314	44.7980	21.9724	128.6187	130.4820	0.1692
47.3222	30.9262	127.4459	131.1445	0.2381	47.3222	23.0812	129.0974	131.1445	0.1769
49.8342	31.8565	127.8707	131.7792	0.2442	49.8342	24.1574	129.5460	131.7792	0.1844
52.3348	32.7177	128.2774	132.3841	0.2497	52.3348	25.1995	129.9636	132.3841	0.1915
54.8244	33.5101	128.6673	132.9594	0.2548	54.8244	26.2090	130.3506	132.9594	0.1984
57.3041	34.2316	129.0433	133.5065	0.2593	57.3041	27.1854	130.7094	133.5065	0.2051
59.7748	34.8879	129.4058	134.0262	0.2633	59.7748	28.1265	131.0417	134.0262	0.2114
62.2369	35.4772	129.7568	134.5194	0.2669	62.2369	29.0305	131.3495	134.5194	0.2175
64.6912	35.9976	130.0990	134.9873	0.2699	64.6912	29.9033	131.6334	134.9873	0.2234
67.1383	36.4484	130.4335	135.4304	0.2725	67.1383	30.7379	131.8961	135.4304	0.2290
69.5791	36.8307	130.7618	135.8497	0.2746	69.5791	31.5339	132.1392	135.8497	0.2343
72.0138	37.1413	131.0853	136.2455	0.2761	72.0138	32.2933	132.3631	136.2455	0.2393
74.4429	37.3810	131.4053	136.6188	0.2772	74.4429	33.0118	132.5704	136.6188	0.2440
76.8672	37.5444	131.7243	136.9703	0.2777	76.8672	33.6905	132.7622	136.9703	0.2485
79.2869	37.6309	132.0429	137.3005	0.2776	79.2869	34.3264	132.9403	137.3005	0.2527
81.7023	37.6456	132.3605	137.6099	0.2771	81.7023	34.9218	133.1050	137.6099	0.2566
84.1137	37.5788	132.6802	137.8993	0.2760	84.1137	35.4699	133.2595	137.8993	0.2601
86.5213	37.3971	133.0121	138.1693	0.2741	86.5213	35.9584	133.4082	138.1693	0.2633
88.5616	37.1622	133.3016	138.3848	0.2719	88.5586	36.3310	133.5302	138.3845	0.2657
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
3.6305	-0.4300	120.4563	120.4571	-0.0036	88.5616	37.1622	133.3016	138.3848	0.2719
3.5038	-0.4895	120.4340	120.4350	-0.0041	88.6912	37.1217	133.3267	138.3981	0.2715
3.3648	-0.5052	120.4097	120.4108	-0.0042	88.8013	37.0442	133.3599	138.4093	0.2709
3.2279	-0.4755	120.3861	120.3870	-0.0039	88.8813	36.9374	133.3980	138.4175	0.2701
3.1073	-0.4035	120.3655	120.3662	-0.0034	88.9230	36.8118	133.4372	138.4218	0.2692
3.0153	-0.2965	120.3499	120.3503	-0.0025	88.9226	36.6798	133.4735	138.4217	0.2682
2.9613	-0.1655	120.3409	120.3410	-0.0014	88.8799	36.5544	133.5033	138.4174	0.2673
2.9508	-0.0239	120.3392	120.3392	-0.0002	88.7992	36.4479	133.5239	138.4091	0.2665
2.9850	0.1138	120.3450	120.3451	0.0009	88.6885	36.3709	133.5332	138.3978	0.2659
3.0602	0.2335	120.3578	120.3581	0.0019	88.5586	36.3310	133.5302	138.3845	0.2657

Tableau A.4 NASA Rotor 67 - Section 4

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
5.0881	-0.1180	132.6378	132.6379	-0.0009	5.6733	-0.7672	132.7260	132.7282	-0.0058
7.5827	2.8440	133.0017	133.0321	0.0214	7.5827	0.5627	133.0309	133.0321	0.0042
10.1760	5.7293	133.3447	133.4677	0.0429	10.1760	2.3529	133.4470	133.4677	0.0176
12.7559	8.3958	133.6647	133.9281	0.0627	12.7559	4.1190	133.8647	133.9281	0.0308
15.3254	10.8930	133.9710	134.4131	0.0811	15.3254	5.8451	134.2859	134.4131	0.0435
17.8852	13.2281	134.2721	134.9221	0.0982	17.8852	7.5288	134.7119	134.9221	0.0558
20.4330	15.4017	134.5763	135.4548	0.1140	20.4330	9.1646	135.1444	135.4548	0.0677
22.9694	17.4576	134.8855	136.0105	0.1287	22.9694	10.7499	135.5850	136.0105	0.0791
25.4940	19.4157	135.2018	136.5888	0.1426	25.4940	12.3036	136.0335	136.5888	0.0902
28.0063	21.2673	135.5303	137.1888	0.1557	28.0063	13.8489	136.4880	137.1888	0.1011
30.5057	23.0007	135.8737	137.8067	0.1677	30.5057	15.3651	136.9474	137.8067	0.1117
32.9915	24.6276	136.2283	138.4365	0.1789	32.9915	16.8446	137.4079	138.4365	0.1220
35.4635	26.1750	136.5876	139.0730	0.1893	35.4635	18.2906	137.8650	139.0730	0.1319
37.9214	27.6479	136.9469	139.7099	0.1992	37.9214	19.7141	138.3120	139.7099	0.1416
40.3649	29.0524	137.3016	140.3416	0.2085	40.3649	21.1153	138.7440	140.3416	0.1510
42.7945	30.3879	137.6482	140.9626	0.2173	42.7945	22.4941	139.1563	140.9626	0.1603
45.2108	31.6549	137.9827	141.5672	0.2255	45.2108	23.8502	139.5437	141.5672	0.1693
47.6143	32.8568	138.3014	142.1508	0.2333	47.6143	25.1820	139.9025	142.1508	0.1781
50.0059	33.9999	138.5996	142.7089	0.2406	50.0059	26.4878	140.2292	142.7089	0.1867
52.3868	35.0826	138.8766	143.2393	0.2474	52.3868	27.7662	140.5224	143.2393	0.1951
54.7581	36.1027	139.1354	143.7431	0.2539	54.7581	29.0221	140.7828	143.7431	0.2033
57.1206	37.0666	139.3762	144.2209	0.2599	57.1206	30.2490	141.0130	144.2209	0.2113
59.4752	37.9753	139.6011	144.6741	0.2656	59.4752	31.4507	141.2142	144.6741	0.2191
61.8229	38.8267	139.8125	145.1036	0.2709	61.8229	32.6253	141.3883	145.1036	0.2268
64.1644	39.6207	140.0124	145.5104	0.2758	64.1644	33.7735	141.5367	145.5104	0.2342
66.5004	40.3582	140.2020	145.8951	0.2803	66.5004	34.8936	141.6609	145.8951	0.2415
68.8319	41.0389	140.3830	146.2586	0.2844	68.8319	35.9851	141.7627	146.2586	0.2486
71.1590	41.6610	140.5570	146.6012	0.2882	71.1590	37.0476	141.8428	146.6012	0.2555
73.4826	42.2272	140.7249	146.9239	0.2915	73.4826	38.0807	141.9031	146.9239	0.2622
75.8034	42.7344	140.8888	147.2273	0.2945	75.8034	39.0828	141.9451	147.2273	0.2687
78.1217	43.1811	141.0503	147.5120	0.2971	78.1217	40.0550	141.9697	147.5120	0.2750
80.4376	43.5699	141.2096	147.7785	0.2993	80.4376	40.9956	141.9783	147.7785	0.2811
82.7518	43.8964	141.3693	148.0276	0.3011	82.7518	41.9045	141.9725	148.0276	0.2870
85.0642	44.1365	141.5375	148.2596	0.3023	85.0642	42.7743	141.9552	148.2596	0.2927
86.9525	44.2747	141.6813	148.4380	0.3029	87.1011	43.5172	141.9301	148.4517	0.2975
Leading edge					Trailing edge				
5.6733	-0.7672	132.7260	132.7282	-0.0058	86.9525	44.2747	141.6813	148.4380	0.3029
5.5479	-0.8284	132.7061	132.7087	-0.0062	87.0798	44.2606	141.6980	148.4497	0.3028
5.4095	-0.8465	132.6846	132.6873	-0.0064	87.1962	44.2091	141.7253	148.4604	0.3024
5.2725	-0.8196	132.6636	132.6662	-0.0062	87.2900	44.1253	141.7603	148.4690	0.3018
5.1508	-0.7506	132.6453	132.6475	-0.0057	87.3519	44.0176	141.7997	148.4746	0.3010
5.0567	-0.6463	132.6315	132.6330	-0.0049	87.3756	43.8968	141.8394	148.4768	0.3001
4.9998	-0.5174	132.6233	132.6243	-0.0039	87.3589	43.7748	141.8755	148.4752	0.2993
4.9860	-0.3769	132.6217	132.6222	-0.0028	87.3033	43.6638	141.9044	148.4702	0.2985
5.0164	-0.2391	132.6267	132.6269	-0.0018	87.2144	43.5750	141.9232	148.4621	0.2979
5.0881	-0.1180	132.6378	132.6379	-0.0009	87.1011	43.5172	141.9301	148.4517	0.2975

Tableau A.5 NASA Rotor 67 - Section 5

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
7.1622	-0.8608	144.9079	144.9104	-0.0059	7.7326	-1.4455	144.9837	144.9909	-0.0100
9.5455	2.1787	145.2388	145.2551	0.0150	9.5455	-0.0712	145.2551	145.2551	-0.0005
12.0097	5.1282	145.5445	145.6348	0.0352	12.0097	1.7942	145.6237	145.6348	0.0123
14.4588	7.8661	145.8241	146.0361	0.0539	14.4588	3.6461	145.9906	146.0361	0.0250
16.8954	10.4454	146.0861	146.4591	0.0714	16.8954	5.4748	146.3567	146.4591	0.0374
19.3207	12.8756	146.3374	146.9027	0.0878	19.3207	7.2790	146.7223	146.9027	0.0496
21.7324	15.1666	146.5844	147.3669	0.1031	21.7324	9.0544	147.0885	147.3669	0.0615
24.1305	17.3516	146.8293	147.8510	0.1176	24.1305	10.7939	147.4565	147.8510	0.0731
26.5149	19.4392	147.0754	148.3545	0.1314	26.5149	12.5063	147.8264	148.3545	0.0844
28.8849	21.4275	147.3263	148.8764	0.1444	28.8849	14.2005	148.1976	148.8764	0.0955
31.2401	23.3188	147.5824	149.4133	0.1567	31.2401	15.8706	148.5680	149.4133	0.1064
33.5798	25.1222	147.8407	149.9600	0.1683	33.5798	17.5143	148.9337	149.9600	0.1171
35.9039	26.8482	148.0972	150.5112	0.1793	35.9039	19.1367	149.2897	150.5112	0.1275
38.2126	28.5042	148.3484	151.0620	0.1898	38.2126	20.7415	149.6313	151.0620	0.1377
40.5057	30.0929	148.5905	151.6071	0.1998	40.5057	22.3275	149.9540	151.6071	0.1478
42.7842	31.6157	148.8203	152.1415	0.2093	42.7842	23.8904	150.2541	152.1415	0.1577
45.0490	33.0780	149.0334	152.6601	0.2184	45.0490	25.4361	150.5261	152.6601	0.1674
47.3011	34.4826	149.2263	153.1585	0.2271	47.3011	26.9617	150.7667	153.1585	0.1770
49.5420	35.8336	149.3955	153.6329	0.2354	49.5420	28.4656	150.9728	153.6329	0.1864
51.7734	37.1267	149.5415	154.0813	0.2434	51.7734	29.9495	151.1426	154.0813	0.1956
53.9969	38.3643	149.6659	154.5047	0.2509	53.9969	31.4158	151.2771	154.5047	0.2048
56.2138	39.5533	149.7692	154.9041	0.2582	56.2138	32.8577	151.3792	154.9041	0.2137
58.4249	40.6889	149.8550	155.2807	0.2651	58.4249	34.2777	151.4501	155.2807	0.2226
60.6317	41.7708	149.9254	155.6356	0.2717	60.6317	35.6799	151.4905	155.6356	0.2313
62.8351	42.8033	149.9815	155.9698	0.2780	62.8351	37.0578	151.5035	155.9698	0.2399
65.0360	43.7874	150.0245	156.2840	0.2840	65.0360	38.4154	151.4891	156.2840	0.2483
67.2351	44.7201	150.0570	156.5790	0.2896	67.2351	39.7523	151.4488	156.5790	0.2567
69.4332	45.5996	150.0810	156.8554	0.2950	69.4332	41.0652	151.3845	156.8554	0.2649
71.6313	46.4319	150.0965	157.1142	0.3000	71.6313	42.3568	151.2970	157.1142	0.2730
73.8302	47.2124	150.1063	157.3560	0.3047	73.8302	43.6253	151.1878	157.3560	0.2809
76.0299	47.9410	150.1119	157.5815	0.3091	76.0299	44.8705	151.0582	157.5815	0.2887
78.2309	48.6192	150.1142	157.7913	0.3132	78.2309	46.0921	150.9093	157.7913	0.2964
80.4339	49.2456	150.1151	157.9863	0.3170	80.4339	47.2915	150.7421	157.9863	0.3040
82.6389	49.8006	150.1222	158.1669	0.3203	82.6389	48.4685	150.5575	158.1669	0.3115
84.3877	50.1928	150.1331	158.3012	0.3226	84.6406	49.5181	150.3768	158.3200	0.3181
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
7.7326	-1.4455	144.9837	144.9909	-0.0100	84.3877	50.1928	150.1331	158.3012	0.3226
7.6175	-1.5076	144.9667	144.9745	-0.0104	84.5082	50.1983	150.1407	158.3102	0.3227
7.4885	-1.5298	144.9482	144.9563	-0.0106	84.6244	50.1676	150.1601	158.3188	0.3224
7.3592	-1.5098	144.9302	144.9381	-0.0104	84.7246	50.1038	150.1892	158.3263	0.3220
7.2427	-1.4497	144.9144	144.9217	-0.0100	84.7988	50.0133	150.2252	158.3317	0.3214
7.1509	-1.3557	144.9025	144.9088	-0.0094	84.8393	49.9052	150.2643	158.3347	0.3207
7.0931	-1.2372	144.8955	144.9007	-0.0085	84.8422	49.7904	150.3026	158.3349	0.3199
7.0752	-1.1063	144.8940	144.8982	-0.0076	84.8070	49.6805	150.3362	158.3324	0.3192
7.0991	-0.9764	144.8983	144.9016	-0.0067	84.7375	49.5866	150.3618	158.3272	0.3186
7.1622	-0.8608	144.9079	144.9104	-0.0059	84.6406	49.5181	150.3768	158.3200	0.3181

Tableau A.6 NASA Rotor 67 - Section 6

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
9.0389	-2.1034	157.1990	157.2131	-0.0134	9.6035	-2.6187	157.2638	157.2856	-0.0167
11.2823	0.9624	157.5051	157.5080	0.0061	11.2823	-1.1183	157.5040	157.5080	-0.0071
13.5908	3.9517	157.7821	157.8316	0.0250	13.5908	0.9344	157.8288	157.8316	0.0059
15.8806	6.7551	158.0297	158.1740	0.0427	15.8806	2.9624	158.1463	158.1740	0.0187
18.1552	9.4178	158.2548	158.5348	0.0594	18.1552	4.9582	158.4572	158.5348	0.0313
20.4155	11.9564	158.4624	158.9128	0.0753	20.4155	6.9201	158.7621	158.9128	0.0436
22.6598	14.3834	158.6572	159.3078	0.0904	22.6598	8.8514	159.0617	159.3078	0.0556
24.8884	16.7079	158.8426	159.7189	0.1048	24.8884	10.7505	159.3567	159.7189	0.0674
27.1014	18.9392	159.0215	160.1453	0.1185	27.1014	12.6176	159.6475	160.1453	0.0789
29.2991	21.0865	159.1957	160.5862	0.1317	29.2991	14.4492	159.9348	160.5862	0.0901
31.4814	23.1588	159.3642	161.0381	0.1443	31.4814	16.2516	160.2160	161.0381	0.1011
33.6488	25.1616	159.5242	161.4964	0.1564	33.6488	18.0273	160.4871	161.4964	0.1119
35.8017	27.0920	159.6742	161.9563	0.1681	35.8017	19.7820	160.7436	161.9563	0.1225
37.9410	28.9474	159.8133	162.4138	0.1792	37.9410	21.5245	160.9812	162.4138	0.1329
40.0676	30.7327	159.9382	162.8641	0.1898	40.0676	23.2554	161.1952	162.8641	0.1433
42.1829	32.4577	160.0448	163.3029	0.2001	42.1829	24.9687	161.3828	163.3029	0.1535
44.2880	34.1223	160.1308	163.7260	0.2100	44.2880	26.6679	161.5396	163.7260	0.1636
46.3844	35.7267	160.1943	164.1299	0.2194	46.3844	28.3565	161.6618	164.1299	0.1736
48.4737	37.2773	160.2320	164.5111	0.2286	48.4737	30.0251	161.7479	164.5111	0.1835
50.5573	38.7731	160.2442	164.8683	0.2374	50.5573	31.6790	161.7962	164.8683	0.1933
52.6363	40.2151	160.2328	165.2023	0.2459	52.6363	33.3175	161.8077	165.2023	0.2031
54.7121	41.6061	160.1998	165.5145	0.2541	54.7121	34.9417	161.7842	165.5145	0.2127
56.7854	42.9443	160.1482	165.8061	0.2620	56.7854	36.5478	161.7279	165.8061	0.2223
58.8574	44.2311	160.0802	166.0785	0.2696	58.8574	38.1370	161.6405	166.0785	0.2317
60.9285	45.4695	159.9968	166.3324	0.2769	60.9285	39.7089	161.5230	166.3324	0.2411
62.9997	46.6577	159.9004	166.5686	0.2839	62.9997	41.2662	161.3760	166.5686	0.2504
65.0718	47.7973	159.7925	166.7880	0.2907	65.0718	42.8054	161.2015	166.7880	0.2596
67.1457	48.8896	159.6743	166.9913	0.2971	67.1457	44.3245	161.0013	166.9913	0.2687
69.2218	49.9332	159.5479	167.1791	0.3033	69.2218	45.8264	160.7756	167.1791	0.2777
71.3011	50.9296	159.4148	167.3526	0.3092	71.3011	47.3141	160.5250	167.3526	0.2866
73.3835	51.8741	159.2775	167.5119	0.3149	73.3835	48.7809	160.2519	167.5119	0.2955
75.4697	52.7731	159.1359	167.6581	0.3202	75.4697	50.2298	159.9569	167.6581	0.3043
77.5604	53.6251	158.9920	167.7919	0.3253	77.5604	51.6639	159.6401	167.7919	0.3130
79.6559	54.4146	158.8528	167.9141	0.3300	79.6559	53.0783	159.3042	167.9141	0.3216
81.2660	54.9812	158.7493	168.0008	0.3334	81.5942	54.3671	158.9786	168.0178	0.3295
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
9.6035	-2.6187	157.2638	157.2856	-0.0167	81.2660	54.9812	158.7493	168.0008	0.3334
9.4991	-2.6860	157.2491	157.2721	-0.0171	81.3811	55.0011	158.7488	168.0068	0.3335
9.3785	-2.7159	157.2331	157.2566	-0.0173	81.4970	54.9856	158.7605	168.0128	0.3334
9.2547	-2.7054	157.2174	157.2407	-0.0172	81.6018	54.9364	158.7832	168.0182	0.3331
9.1408	-2.6555	157.2037	157.2261	-0.0169	81.6848	54.8585	158.8147	168.0225	0.3326
9.0487	-2.5715	157.1933	157.2144	-0.0164	81.7377	54.7596	158.8516	168.0252	0.3320
8.9881	-2.4622	157.1874	157.2067	-0.0157	81.7549	54.6501	158.8903	168.0261	0.3313
8.9654	-2.3391	157.1864	157.2038	-0.0149	81.7347	54.5409	158.9267	168.0250	0.3306
8.9830	-2.2152	157.1904	157.2060	-0.0141	81.6793	54.4433	158.9572	168.0222	0.3300
9.0389	-2.1034	157.1990	157.2131	-0.0134	81.5942	54.3671	158.9786	168.0178	0.3295

Tableau A.7 NASA Rotor 67 - Section 7

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
11.0063	-2.9679	169.4792	169.5052	-0.0175	11.5577	-3.4217	169.5349	169.5695	-0.0202
13.0927	0.0577	169.7540	169.7540	0.0003	13.0927	-1.8231	169.7442	169.7540	-0.0107
15.2340	3.0399	169.9981	170.0253	0.0179	15.2340	0.3877	170.0249	170.0253	0.0023
17.3591	5.8814	170.2095	170.3111	0.0345	17.3591	2.5665	170.2918	170.3111	0.0151
19.4712	8.6139	170.3932	170.6108	0.0505	19.4712	4.7100	170.5458	170.6108	0.0276
21.5715	11.2506	170.5531	170.9238	0.0659	21.5715	6.8163	170.7878	170.9238	0.0399
23.6587	13.7929	170.6931	171.2495	0.0806	23.6587	8.8873	171.0187	171.2495	0.0519
25.7333	16.2524	170.8157	171.5871	0.0949	25.7333	10.9227	171.2391	171.5871	0.0637
27.7957	18.6373	170.9229	171.9360	0.1086	27.7957	12.9260	171.4494	171.9360	0.0752
29.8460	20.9509	171.0172	172.2957	0.1219	29.8460	14.9004	171.6502	172.2957	0.0866
31.8843	23.1977	171.0976	172.6630	0.1348	31.8843	16.8441	171.8394	172.6630	0.0977
33.9108	25.3787	171.1626	173.0339	0.1472	33.9108	18.7614	172.0138	173.0339	0.1086
35.9260	27.4930	171.2113	173.4047	0.1592	35.9260	20.6571	172.1699	173.4047	0.1194
37.9304	29.5412	171.2423	173.7717	0.1708	37.9304	22.5405	172.3036	173.7717	0.1301
39.9245	31.5258	171.2536	174.1312	0.1820	39.9245	24.4143	172.4112	174.1312	0.1407
41.9095	33.4453	171.2440	174.4795	0.1929	41.9095	26.2723	172.4902	174.4795	0.1512
43.8862	35.2986	171.2122	174.8131	0.2033	43.8862	28.1201	172.5366	174.8131	0.1616
45.8558	37.0912	171.1559	175.1288	0.2134	45.8558	29.9566	172.5477	175.1288	0.1719
47.8196	38.8235	171.0740	175.4240	0.2232	47.8196	31.7823	172.5209	175.4240	0.1822
49.7787	40.4980	170.9665	175.6976	0.2326	49.7787	33.5926	172.4563	175.6976	0.1924
51.7344	42.1178	170.8352	175.9505	0.2417	51.7344	35.3904	172.3546	175.9505	0.2025
53.6878	43.6876	170.6815	176.1839	0.2506	53.6878	37.1700	172.2183	176.1839	0.2126
55.6397	45.2056	170.5085	176.3992	0.2592	55.6397	38.9395	172.0476	176.3992	0.2226
57.5911	46.6717	170.3187	176.5976	0.2675	57.5911	40.6952	171.8447	176.5976	0.2325
59.5427	48.0909	170.1132	176.7802	0.2755	59.5427	42.4331	171.6120	176.7802	0.2424
61.4955	49.4613	169.8939	176.9473	0.2833	61.4955	44.1563	171.3493	176.9473	0.2522
63.4504	50.7830	169.6630	177.1001	0.2908	63.4504	45.8678	171.0573	177.1001	0.2620
65.4078	52.0610	169.4204	177.2389	0.2981	65.4078	47.5638	170.7376	177.2389	0.2717
67.3685	53.2919	169.1692	177.3647	0.3052	67.3685	49.2424	170.3920	177.3647	0.2813
69.3331	54.4774	168.9101	177.4779	0.3120	69.3331	50.9100	170.0193	177.4779	0.2909
71.3020	55.6144	168.6461	177.5795	0.3185	71.3020	52.5631	169.6219	177.5795	0.3005
73.2759	56.7080	168.3769	177.6698	0.3249	73.2759	54.2014	169.2004	177.6698	0.3100
75.2553	57.7583	168.1041	177.7499	0.3310	75.2553	55.8247	168.7561	177.7499	0.3195
77.2406	58.7557	167.8329	177.8204	0.3367	77.2406	57.4364	168.2889	177.8204	0.3289
78.7354	59.4726	167.6305	177.8679	0.3409	79.1074	58.9345	167.8323	177.8790	0.3377
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
11.5577	-3.4217	169.5349	169.5695	-0.0202	78.7354	59.4726	167.6305	177.8679	0.3409
11.4635	-3.4924	169.5224	169.5584	-0.0206	78.8407	59.5033	167.6230	177.8711	0.3411
11.3513	-3.5284	169.5086	169.5453	-0.0208	78.9510	59.5009	167.6274	177.8744	0.3411
11.2335	-3.5257	169.4949	169.5315	-0.0208	79.0547	59.4656	167.6432	177.8775	0.3409
11.1230	-3.4846	169.4829	169.5187	-0.0206	79.1412	59.4010	167.6688	177.8800	0.3405
11.0317	-3.4095	169.4738	169.5081	-0.0201	79.2015	59.3139	167.7015	177.8818	0.3400
10.9697	-3.3087	169.4686	169.5009	-0.0195	79.2293	59.2132	167.7380	177.8826	0.3394
10.9436	-3.1931	169.4679	169.4979	-0.0188	79.2217	59.1094	167.7743	177.8824	0.3387
10.9563	-3.0752	169.4715	169.4994	-0.0181	79.1797	59.0132	167.8069	177.8812	0.3382
11.0063	-2.9679	169.4792	169.5052	-0.0175	79.1074	58.9345	167.8323	177.8790	0.3377

Tableau A.8 NASA Rotor 67 - Section 8

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
13.1499	-2.9899	181.7419	181.7664	-0.0164	13.6649	-3.3780	181.7884	181.8198	-0.0186
15.0799	-0.0055	181.9705	181.9705	-0.0000	15.0799	-1.7414	181.9622	181.9705	-0.0096
17.0553	2.9568	182.1669	182.1909	0.0162	17.0553	0.5265	182.1901	182.1909	0.0029
19.0164	5.8091	182.3289	182.4214	0.0319	19.0164	2.7672	182.4004	182.4214	0.0152
20.9661	8.5710	182.4607	182.6619	0.0469	20.9661	4.9842	182.5939	182.6619	0.0273
22.9064	11.2511	182.5650	182.9114	0.0616	22.9064	7.1738	182.7707	182.9114	0.0392
24.8358	13.8527	182.6451	183.1697	0.0757	24.8358	9.3358	182.9316	183.1697	0.0510
26.7548	16.3792	182.7033	183.4360	0.0894	26.7548	11.4719	183.0769	183.4360	0.0626
28.6641	18.8375	182.7417	183.7100	0.1027	28.6641	13.5821	183.2072	183.7100	0.0740
30.5636	21.2348	182.7614	183.9909	0.1157	30.5636	15.6662	183.3227	183.9909	0.0853
32.4537	23.5742	182.7620	184.2761	0.1283	32.4537	17.7275	183.4214	184.2761	0.0964
34.3347	25.8567	182.7420	184.5622	0.1406	34.3347	19.7655	183.5008	184.5622	0.1073
36.2070	28.0835	182.7002	184.8460	0.1525	36.2070	21.7814	183.5582	184.8460	0.1181
38.0712	30.2575	182.6356	185.1250	0.1642	38.0712	23.7727	183.5923	185.1250	0.1288
39.9279	32.3812	182.5463	185.3960	0.1756	39.9279	25.7422	183.6001	185.3960	0.1393
41.7783	34.4536	182.4309	185.6558	0.1867	41.7783	27.7037	183.5772	185.6558	0.1498
43.6231	36.4610	182.2913	185.9019	0.1974	43.6231	29.6598	183.5206	185.9019	0.1602
45.4633	38.3985	182.1276	186.1314	0.2078	45.4633	31.6094	183.4278	186.1314	0.1707
47.3004	40.2799	181.9371	186.3426	0.2179	47.3004	33.5478	183.2979	186.3426	0.1810
49.1351	42.1042	181.7204	186.5344	0.2277	49.1351	35.4723	183.1306	186.5344	0.1913
50.9686	43.8730	181.4802	186.7081	0.2372	50.9686	37.3859	182.9268	186.7081	0.2016
52.8019	45.5898	181.2180	186.8646	0.2465	52.8019	39.2900	182.6874	186.8646	0.2118
54.6359	47.2600	180.9355	187.0058	0.2555	54.6359	41.1824	182.4149	187.0058	0.2220
56.4712	48.8817	180.6355	187.1326	0.2643	56.4712	43.0628	182.1104	187.1326	0.2322
58.3084	50.4495	180.3218	187.2461	0.2728	58.3084	44.9362	181.7741	187.2461	0.2424
60.1484	51.9742	179.9931	187.3468	0.2811	60.1484	46.7949	181.4085	187.3468	0.2525
61.9921	53.4558	179.6515	187.4358	0.2892	61.9921	48.6424	181.0141	187.4358	0.2625
63.8399	54.8906	179.2993	187.5133	0.2971	63.8399	50.4836	180.5897	187.5133	0.2726
65.6925	56.2807	178.9379	187.5801	0.3047	65.6925	52.3128	180.1379	187.5801	0.2826
67.5502	57.6278	178.5681	187.6367	0.3122	67.5502	54.1314	179.6589	187.6367	0.2927
69.4138	58.9323	178.1919	187.6842	0.3194	69.4138	55.9376	179.1545	187.6842	0.3026
71.2836	60.1959	177.8098	187.7229	0.3264	71.2836	57.7329	178.6247	187.7229	0.3126
73.1600	61.4171	177.4240	187.7534	0.3332	73.1600	59.5206	178.0692	187.7534	0.3226
75.0436	62.5892	177.0385	187.7766	0.3398	75.0436	61.3005	177.4889	187.7766	0.3326
76.4567	63.4393	176.7500	187.7900	0.3446	76.4567	62.9823	176.9166	187.7932	0.3420
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
13.6649	-3.3780	181.7884	181.8198	-0.0186	76.4567	63.4393	176.7500	187.7900	0.3446
13.5826	-3.4467	181.7785	181.8112	-0.0190	76.5495	63.4762	176.7375	187.7908	0.3448
13.4822	-3.4844	181.7674	181.8008	-0.0192	76.6501	63.4833	176.7358	187.7916	0.3448
13.3751	-3.4870	181.7562	181.7897	-0.0192	76.7477	63.4598	176.7451	187.7924	0.3447
13.2730	-3.4542	181.7463	181.7791	-0.0190	76.8323	63.4082	176.7644	187.7931	0.3444
13.1873	-3.3896	181.7387	181.7703	-0.0186	76.8948	63.3337	176.7916	187.7936	0.3440
13.1273	-3.3003	181.7342	181.7641	-0.0182	76.9288	63.2444	176.8239	187.7939	0.3435
13.0997	-3.1962	181.7332	181.7613	-0.0176	76.9307	63.1495	176.8578	187.7939	0.3430
13.1076	-3.0888	181.7358	181.7621	-0.0170	76.9003	63.0589	176.8898	187.7936	0.3424
13.1499	-2.9899	181.7419	181.7664	-0.0164	76.8407	62.9823	176.9166	187.7932	0.3420

Tableau A.9 NASA Rotor 67 - Section 9

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
15.0831	-2.6780	194.0444	194.0628	-0.0138	15.5555	-3.0046	194.0805	194.1037	-0.0155
16.8586	0.2505	194.2186	194.2188	0.0013	16.8586	-1.3343	194.2142	194.2188	-0.0069
18.6715	3.1664	194.3591	194.3849	0.0163	18.6715	0.9739	194.3825	194.3849	0.0050
20.4737	5.9953	194.4648	194.5572	0.0308	20.4737	3.2626	194.5298	194.5572	0.0168
22.2680	8.7485	194.5387	194.7353	0.0449	22.2680	5.5297	194.6568	194.7353	0.0284
24.0555	11.4313	194.5830	194.9185	0.0587	24.0555	7.7713	194.7635	194.9185	0.0399
25.8352	14.0492	194.6002	195.1067	0.0721	25.8352	9.9929	194.8506	195.1067	0.0512
27.6076	16.6077	194.5917	195.2991	0.0851	27.6076	12.1905	194.9183	195.2991	0.0625
29.3729	19.1104	194.5590	195.4953	0.0979	29.3729	14.3677	194.9666	195.4953	0.0736
31.1312	21.5589	194.5037	195.6949	0.1104	31.1312	16.5243	194.9960	195.6949	0.0845
32.8830	23.9547	194.4256	195.8957	0.1226	32.8830	18.6621	195.0048	195.8957	0.0954
34.6285	26.3031	194.3227	196.0948	0.1345	34.6285	20.7822	194.9904	196.0948	0.1062
36.3680	28.6091	194.1939	196.2900	0.1463	36.3680	22.8785	194.9521	196.2900	0.1168
38.1022	30.8759	194.0381	196.4793	0.1578	38.1022	24.9560	194.8879	196.4793	0.1274
39.8315	33.1009	193.8545	196.6602	0.1691	39.8315	27.0160	194.7957	196.6602	0.1378
41.5568	35.2753	193.6436	196.8304	0.1802	41.5568	29.0636	194.6728	196.8304	0.1482
43.2787	37.4002	193.4051	196.9881	0.1910	43.2787	31.0959	194.5183	196.9881	0.1585
44.9981	39.4768	193.1375	197.1307	0.2016	44.9981	33.1120	194.3299	197.1307	0.1688
46.7160	41.4983	192.8427	197.2572	0.2120	46.7160	35.1285	194.1041	197.2572	0.1790
48.4334	43.4622	192.5220	197.3669	0.2220	48.4334	37.1446	193.8401	197.3669	0.1893
50.1509	45.3684	192.1783	197.4609	0.2318	50.1509	39.1559	193.5397	197.4609	0.1996
51.8695	47.2245	191.8128	197.5406	0.2414	51.8695	41.1580	193.2053	197.5406	0.2099
53.5899	49.0343	191.4270	197.6073	0.2508	53.5899	43.1527	192.8380	197.6073	0.2202
55.3127	50.7941	191.0244	197.6622	0.2599	55.3127	45.1395	192.4390	197.6622	0.2304
57.0388	52.5079	190.6068	197.7069	0.2688	57.0388	47.1241	192.0087	197.7069	0.2407
58.7685	54.1754	190.1751	197.7411	0.2775	58.7685	49.1020	191.5477	197.7411	0.2509
60.5027	55.7988	189.7311	197.7660	0.2860	60.5027	51.0711	191.0579	197.7660	0.2612
62.2422	57.3800	189.2754	197.7818	0.2944	62.2422	53.0348	190.5386	197.7818	0.2715
63.9873	58.9173	188.8106	197.7895	0.3025	63.9873	54.9947	189.9902	197.7895	0.2818
65.7387	60.4127	188.3372	197.7893	0.3104	65.7387	56.9505	189.4129	197.7893	0.2921
67.4968	61.8701	187.8559	197.7821	0.3182	67.4968	58.8981	188.8088	197.7821	0.3024
69.2625	63.2843	187.3703	197.7689	0.3257	69.2625	60.8413	188.1778	197.7689	0.3127
71.0356	64.6552	186.8810	197.7493	0.3331	71.0356	62.7813	187.5188	197.7493	0.3231
72.8174	65.9835	186.3904	197.7251	0.3402	72.8174	64.7145	186.8348	197.7251	0.3334
74.1553	66.9523	186.0227	197.7044	0.3455	74.5374	66.5668	186.1543	197.6982	0.3434
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
15.5555	-3.0046	194.0805	194.1037	-0.0155	74.1553	66.9523	186.0227	197.7044	0.3455
15.4849	-3.0697	194.0733	194.0976	-0.0158	74.2362	66.9928	186.0067	197.7031	0.3457
15.3965	-3.1077	194.0650	194.0899	-0.0160	74.3267	67.0067	186.0001	197.7016	0.3458
15.3006	-3.1144	194.0566	194.0816	-0.0160	74.4171	66.9925	186.0036	197.7001	0.3457
15.2079	-3.0889	194.0490	194.0736	-0.0159	74.4979	66.9517	186.0169	197.6988	0.3455
15.1287	-3.0342	194.0431	194.0668	-0.0156	74.5604	66.8886	186.0385	197.6978	0.3451
15.0719	-2.9564	194.0394	194.0619	-0.0152	74.5981	66.8099	186.0661	197.6972	0.3447
15.0439	-2.8641	194.0383	194.0595	-0.0148	74.6069	66.7240	186.0968	197.6970	0.3443
15.0478	-2.7677	194.0401	194.0598	-0.0143	74.5859	66.6400	186.1272	197.6974	0.3438
15.0831	-2.6780	194.0444	194.0628	-0.0138	74.5374	66.5668	186.1543	197.6982	0.3434



Tableau A.10 NASA Rotor 67 - Section 10

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
16.9674	-2.1421	206.3582	206.3693	-0.0104	17.3962	-2.4168	206.3817	206.3959	-0.0117
18.6159	0.7495	206.4712	206.4726	0.0036	18.6159	-0.7082	206.4714	206.4726	-0.0034
20.2959	3.6356	206.5490	206.5810	0.0176	20.2959	1.6340	206.5745	206.5810	0.0079
21.9675	6.4539	206.5912	206.6920	0.0312	21.9675	3.9641	206.6540	206.6920	0.0192
23.6335	9.2163	206.5999	206.8054	0.0446	23.6335	6.2776	206.7101	206.8054	0.0304
25.2945	11.9265	206.5768	206.9208	0.0577	25.2945	8.5765	206.7430	206.9208	0.0415
26.9496	14.5799	206.5235	207.0375	0.0705	26.9496	10.8603	206.7525	207.0375	0.0525
28.5994	17.1845	206.4415	207.1555	0.0830	28.5994	13.1249	206.7393	207.1555	0.0634
30.2438	19.7398	206.3319	207.2740	0.0954	30.2438	15.3760	206.7029	207.2740	0.0742
31.8829	22.2498	206.1959	207.3929	0.1075	31.8829	17.6154	206.6434	207.3929	0.0850
33.5172	24.7179	206.0330	207.5104	0.1194	33.5172	19.8367	206.5601	207.5104	0.0957
35.1466	27.1457	205.8419	207.6241	0.1311	35.1466	22.0392	206.4511	207.6241	0.1064
36.7715	29.5285	205.6230	207.7324	0.1426	36.7715	24.2266	206.3149	207.7324	0.1169
38.3922	31.8801	205.3746	207.8342	0.1540	38.3922	26.4024	206.1504	207.8342	0.1274
40.0093	34.1957	205.0965	207.9277	0.1652	40.0093	28.5639	205.9564	207.9277	0.1378
41.6234	36.4622	204.7906	208.0113	0.1762	41.6234	30.7146	205.7312	208.0113	0.1482
43.2349	38.6873	204.4555	208.0835	0.1870	43.2349	32.8372	205.4762	208.0835	0.1585
44.8445	40.8802	204.0887	208.1427	0.1977	44.8445	34.9350	205.1900	208.1427	0.1686
46.4530	43.0303	203.6927	208.1882	0.2082	46.4530	37.0342	204.8677	208.1882	0.1788
48.0613	45.1287	203.2702	208.2195	0.2185	48.0613	39.1380	204.5081	208.2195	0.1891
49.6699	47.1653	202.8261	208.2378	0.2285	49.6699	41.2419	204.1129	208.2378	0.1994
51.2794	49.1401	202.3634	208.2443	0.2382	51.2794	43.3332	203.6858	208.2443	0.2096
52.8908	51.0635	201.8830	208.2408	0.2477	52.8908	45.4179	203.2276	208.2408	0.2199
54.5046	52.9355	201.3871	208.2281	0.2570	54.5046	47.4977	202.7385	208.2281	0.2301
56.1212	54.7626	200.8768	208.2077	0.2662	56.1212	49.5704	202.2207	208.2077	0.2404
57.7414	56.5425	200.3538	208.1795	0.2751	57.7414	51.6355	201.6742	208.1795	0.2506
59.3657	58.2756	199.8198	208.1442	0.2838	59.3657	53.6949	201.0992	208.1442	0.2609
60.9945	59.9657	199.2752	208.1021	0.2923	60.9945	55.7500	200.4954	208.1021	0.2712
62.6286	61.6113	198.7221	208.0539	0.3006	62.6286	57.8027	199.8631	208.0539	0.2815
64.2685	63.2165	198.1609	208.0002	0.3088	64.2685	59.8487	199.2039	208.0002	0.2919
65.9145	64.7814	197.5929	207.9413	0.3168	65.9145	61.8917	198.5170	207.9413	0.3022
67.5672	66.3083	197.0190	207.8780	0.3246	67.5672	63.9315	197.8030	207.8780	0.3126
69.2273	67.7954	196.4407	207.8104	0.3323	69.2273	65.9715	197.0607	207.8104	0.3231
70.8952	69.2452	195.8593	207.7396	0.3398	70.8952	68.0119	196.2909	207.7396	0.3335
72.1523	70.3107	195.4212	207.6850	0.3454	72.1523	69.9866	195.5204	207.6689	0.3437
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
17.3962	-2.4168	206.3817	206.3959	-0.0117	72.1523	70.3107	195.4212	207.6850	0.3454
17.3356	-2.4773	206.3773	206.3921	-0.0120	72.2222	70.3522	195.4030	207.6819	0.3456
17.2582	-2.5142	206.3720	206.3873	-0.0122	72.3026	70.3703	195.3928	207.6784	0.3457
17.1730	-2.5234	206.3666	206.3821	-0.0122	72.3849	70.3629	195.3916	207.6748	0.3457
17.0896	-2.5037	206.3617	206.3769	-0.0121	72.4602	70.3308	195.3996	207.6715	0.3455
17.0175	-2.4574	206.3578	206.3724	-0.0119	72.5205	70.2775	195.4160	207.6688	0.3452
16.9646	-2.3899	206.3553	206.3692	-0.0116	72.5593	70.2087	195.4389	207.6671	0.3449
16.9372	-2.3086	206.3546	206.3675	-0.0112	72.5724	70.1318	195.4659	207.6665	0.3445
16.9382	-2.2227	206.3556	206.3675	-0.0108	72.5584	70.0550	195.4941	207.6672	0.3441
16.9674	-2.1421	206.3582	206.3693	-0.0104	72.5188	69.9866	195.5204	207.6689	0.3437

Tableau A.11 NASA Rotor 67 - Section 11

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
19.0608	-1.1457	218.6370	218.6400	-0.0052	19.4501	-1.3753	218.6486	218.6529	-0.0063
20.5877	1.7451	218.6836	218.6906	0.0080	20.5877	0.3630	218.6903	218.6906	0.0017
22.1409	4.6348	218.6928	218.7419	0.0212	22.1409	2.7320	218.7248	218.7419	0.0125
23.6862	7.4703	218.6651	218.7927	0.0342	23.6862	5.0930	218.7334	218.7927	0.0233
25.2262	10.2578	218.6027	218.8432	0.0469	25.2262	7.4458	218.7165	218.8432	0.0340
26.7632	12.9989	218.5058	218.8921	0.0594	26.7632	9.7900	218.6731	218.8921	0.0447
28.2955	15.6933	218.3763	218.9395	0.0717	28.2955	12.1274	218.6034	218.9395	0.0554
29.8230	18.3426	218.2154	218.9850	0.0839	29.8230	14.4469	218.5079	218.9850	0.0660
31.3472	20.9486	218.0241	219.0282	0.0958	31.3472	16.7568	218.3863	219.0282	0.0766
32.8676	23.5133	217.8031	219.0686	0.1075	32.8676	19.0633	218.2376	219.0686	0.0871
34.3843	26.0425	217.5519	219.1051	0.1191	34.3843	21.3551	218.0619	219.1051	0.0976
35.8981	28.5291	217.2707	219.1357	0.1306	35.8981	23.6316	217.8578	219.1357	0.1080
37.4090	30.9749	216.9595	219.1595	0.1418	37.4090	25.8988	217.6238	219.1595	0.1185
38.9172	33.3881	216.6182	219.1762	0.1529	38.9172	28.1541	217.3604	219.1762	0.1288
40.4237	35.7681	216.2466	219.1847	0.1639	40.4237	30.3969	217.0667	219.1847	0.1391
41.9286	38.1078	215.8459	219.1841	0.1747	41.9286	32.6309	216.7415	219.1841	0.1494
43.4325	40.4153	215.4151	219.1736	0.1855	43.4325	34.8448	216.3860	219.1736	0.1597
44.9360	42.6943	214.9529	219.1519	0.1961	44.9360	37.0464	215.9980	219.1519	0.1699
46.4396	44.9358	214.4619	219.1190	0.2065	46.4396	39.2460	215.5757	219.1190	0.1801
47.9441	47.1306	213.9449	219.0747	0.2168	47.9441	41.4366	215.1203	219.0747	0.1903
49.4500	49.2661	213.4074	219.0202	0.2269	49.4500	43.6156	214.6335	219.0202	0.2005
50.9576	51.3509	212.8501	218.9568	0.2367	50.9576	45.7829	214.1168	218.9568	0.2107
52.4679	53.3767	212.2782	218.8861	0.2463	52.4679	47.9511	213.5692	218.8861	0.2209
53.9811	55.3482	211.6933	218.8092	0.2557	53.9811	50.1200	212.9917	218.8092	0.2311
55.4977	57.2698	211.0968	218.7274	0.2649	55.4977	52.2788	212.3878	218.7274	0.2414
57.0181	59.1418	210.4898	218.6406	0.2739	57.0181	54.4251	211.7584	218.6406	0.2516
58.5430	60.9643	209.8743	218.5495	0.2827	58.5430	56.5607	211.1037	218.5495	0.2618
60.0723	62.7395	209.2508	218.4540	0.2913	60.0723	58.6937	210.4215	218.4540	0.2720
61.6069	64.4678	208.6211	218.3549	0.2997	61.6069	60.8177	209.7143	218.3549	0.2823
63.1471	66.1495	207.9867	218.2526	0.3079	63.1471	62.9304	208.9832	218.2526	0.2925
64.6934	67.7869	207.3484	218.1477	0.3160	64.6934	65.0295	208.2296	218.1477	0.3027
66.2456	69.3824	206.7066	218.0402	0.3238	66.2456	67.1211	207.4519	218.0402	0.3129
67.8049	70.9405	206.0614	217.9309	0.3316	67.8049	69.2092	206.6494	217.9309	0.3232
69.3709	72.4615	205.4140	217.8201	0.3391	69.3709	71.2936	205.8223	217.8201	0.3335
70.5656	73.5944	204.9211	217.7357	0.3448	70.9038	73.3220	204.9935	217.7118	0.3435
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
19.4501	-1.3753	218.6486	218.6529	-0.0063	70.5656	73.5944	204.9211	217.7357	0.3448
19.3984	-1.4312	218.6465	218.6512	-0.0065	70.6255	73.6345	204.9022	217.7314	0.3450
19.3308	-1.4667	218.6440	218.6489	-0.0067	70.6959	73.6541	204.8899	217.7265	0.3451
19.2554	-1.4777	218.6414	218.6464	-0.0068	70.7693	73.6510	204.8856	217.7213	0.3451
19.1805	-1.4630	218.6390	218.6439	-0.0067	70.8377	73.6255	204.8896	217.7165	0.3450
19.1148	-1.4242	218.6371	218.6418	-0.0065	70.8936	73.5805	204.9016	217.7126	0.3448
19.0657	-1.3659	218.6359	218.6401	-0.0062	70.9310	73.5208	204.9202	217.7099	0.3445
19.0388	-1.2945	218.6354	218.6392	-0.0059	70.9458	73.4529	204.9435	217.7089	0.3441
19.0371	-1.2182	218.6358	218.6392	-0.0056	70.9364	73.3841	204.9688	217.7095	0.3438
19.0608	-1.1457	218.6370	218.6400	-0.0052	70.9038	73.3220	204.9935	217.7118	0.3435

Tableau A.12 NASA Rotor 67 - Section 12

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
21.1201	0.1616	230.9181	230.9181	0.0007	21.4792	-0.0346	230.9181	230.9181	-0.0001
22.5221	3.0388	230.8966	230.9166	0.0132	22.5221	1.6995	230.9103	230.9166	0.0074
23.9458	5.9222	230.8351	230.9111	0.0256	23.9458	4.0615	230.8754	230.9111	0.0176
25.3637	8.7629	230.7358	230.9021	0.0380	25.3637	6.4275	230.8126	230.9021	0.0278
26.7780	11.5627	230.5994	230.8891	0.0501	26.7780	8.7947	230.7215	230.8891	0.0381
28.1908	14.3233	230.4267	230.8714	0.0621	28.1908	11.1560	230.6017	230.8714	0.0483
29.6006	17.0419	230.2191	230.8490	0.0739	29.6006	13.5108	230.4533	230.8490	0.0586
31.0076	19.7204	229.9774	230.8214	0.0855	31.0076	15.8657	230.2755	230.8214	0.0688
32.4129	22.3629	229.7023	230.7883	0.0970	32.4129	18.2179	230.0681	230.7883	0.0790
33.8162	24.9712	229.3943	230.7494	0.1084	33.8162	20.5648	229.8312	230.7494	0.0892
35.2183	27.5448	229.0537	230.7039	0.1197	35.2183	22.9080	229.5637	230.7039	0.0995
36.6190	30.0808	228.6806	230.6505	0.1308	36.6190	25.2425	229.2651	230.6505	0.1097
38.0190	32.5835	228.2754	230.5891	0.1418	38.0190	27.5700	228.9350	230.5891	0.1199
39.4185	35.0592	227.8383	230.5199	0.1527	39.4185	29.8947	228.5733	230.5199	0.1301
40.8181	37.5007	227.3710	230.4428	0.1635	40.8181	32.2138	228.1801	230.4428	0.1403
42.2181	39.9075	226.8743	230.3574	0.1741	42.2181	34.5221	227.7559	230.3574	0.1504
43.6190	42.2927	226.3459	230.2632	0.1847	43.6190	36.8215	227.3001	230.2632	0.1606
45.0212	44.6539	225.7873	230.1605	0.1953	45.0212	39.1183	226.8119	230.1605	0.1708
46.4252	46.9745	225.2018	230.0488	0.2056	46.4252	41.4209	226.2891	230.0488	0.1810
47.8316	49.2547	224.5915	229.9290	0.2159	47.8316	43.7041	225.7372	229.9290	0.1912
49.2404	51.4965	223.9575	229.8018	0.2260	49.2404	45.9676	225.1574	229.8018	0.2014
50.6525	53.6934	223.3043	229.6689	0.2360	50.6525	48.2361	224.5464	229.6689	0.2116
52.0680	55.8280	222.6388	229.5317	0.2457	52.0680	50.5027	223.9069	229.5317	0.2218
53.4871	57.8940	221.9653	229.3912	0.2551	53.4871	52.7605	223.2412	229.3912	0.2321
54.9105	59.8898	221.2880	229.2491	0.2643	54.9105	55.0029	222.5530	229.2491	0.2423
56.3381	61.8267	220.6046	229.1046	0.2732	56.3381	57.2229	221.8433	229.1046	0.2524
57.7708	63.7096	219.9163	228.9587	0.2820	57.7708	59.4249	221.1126	228.9587	0.2626
59.2083	65.5409	219.2235	228.8112	0.2905	59.2083	61.6087	220.3609	228.8112	0.2726
60.6517	67.3189	218.5290	228.6630	0.2988	60.6517	63.7788	219.5883	228.6630	0.2827
62.1006	69.0483	217.8326	228.5141	0.3070	62.1006	65.9351	218.7950	228.5141	0.2927
63.5557	70.7230	217.1377	228.3649	0.3149	63.5557	68.0709	217.9837	228.3649	0.3027
65.0172	72.3499	216.4440	228.2159	0.3226	65.0172	70.1906	217.1538	228.2159	0.3126
66.4854	73.9337	215.7507	228.0670	0.3301	66.4854	72.2897	216.3071	228.0670	0.3225
67.9606	75.4707	215.0613	227.9193	0.3375	67.9606	74.3686	215.4449	227.9193	0.3324
69.0984	76.6253	214.5331	227.8067	0.3431	69.4092	76.3833	214.5869	227.7761	0.3420
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
21.4792	-0.0346	230.9181	230.9181	-0.0001	69.0984	76.6253	214.5331	227.8067	0.3431
21.4341	-0.0869	230.9181	230.9181	-0.0004	69.1519	76.6629	214.5140	227.8014	0.3432
21.3740	-0.1212	230.9181	230.9181	-0.0005	69.2154	76.6820	214.5006	227.7951	0.3433
21.3059	-0.1334	230.9181	230.9181	-0.0006	69.2820	76.6805	214.4942	227.7886	0.3433
21.2376	-0.1224	230.9181	230.9181	-0.0005	69.3446	76.6584	214.4955	227.7824	0.3432
21.1769	-0.0892	230.9181	230.9181	-0.0004	69.3961	76.6183	214.5045	227.7774	0.3431
21.1307	-0.0377	230.9181	230.9181	-0.0002	69.4310	76.5645	214.5200	227.7739	0.3428
21.1042	0.0262	230.9181	230.9181	0.0001	69.4455	76.5029	214.5405	227.7725	0.3425
21.1006	0.0953	230.9181	230.9181	0.0004	69.4380	76.4402	214.5636	227.7733	0.3422
21.1201	0.1616	230.9181	230.9181	0.0007	69.4092	76.3833	214.5869	227.7761	0.3420

Tableau A.13 NASA Rotor 67 - Section 13

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
23.0224	1.2502	243.2192	243.2224	0.0051	23.3633	1.0774	243.2056	243.2080	0.0044
24.2980	4.0972	243.1317	243.1662	0.0169	24.2980	2.7647	243.1505	243.1662	0.0114
25.5904	6.9494	243.0033	243.1026	0.0286	25.5904	5.1048	243.0490	243.1026	0.0210
26.8777	9.7673	242.8359	243.0322	0.0402	26.8777	7.4478	242.9181	243.0322	0.0307
28.1622	12.5552	242.6300	242.9546	0.0517	28.1622	9.7933	242.7571	242.9546	0.0403
29.4454	15.3124	242.3858	242.8690	0.0631	29.4454	12.1432	242.5652	242.8690	0.0500
30.7271	18.0386	242.1048	242.7759	0.0744	30.7271	14.4997	242.3425	242.7759	0.0598
32.0079	20.7355	241.7866	242.6741	0.0856	32.0079	16.8620	242.0876	242.6741	0.0695
33.2881	23.4073	241.4321	242.5641	0.0967	33.2881	19.2297	241.8007	242.5641	0.0794
34.5682	26.0440	241.0422	242.4451	0.1076	34.5682	21.5999	241.4810	242.4451	0.0892
35.8495	28.6594	240.6158	242.3166	0.1186	35.8495	23.9695	241.1282	242.3166	0.0991
37.1319	31.2529	240.1530	242.1780	0.1294	37.1319	26.3428	240.7410	242.1780	0.1090
38.4160	33.8192	239.6556	242.0300	0.1402	38.4160	28.7216	240.3198	242.0300	0.1190
39.7031	36.3627	239.1245	241.8735	0.1509	39.7031	31.1056	239.8650	241.8735	0.1290
40.9933	38.8809	238.5615	241.7091	0.1616	40.9933	33.4919	239.3775	241.7091	0.1390
42.2868	41.3755	237.9667	241.5369	0.1722	42.2868	35.8846	238.8564	241.5369	0.1491
43.5848	43.8464	237.3415	241.3576	0.1827	43.5848	38.2763	238.3032	241.3576	0.1593
44.8873	46.2908	236.6871	241.1713	0.1931	44.8873	40.6617	237.7188	241.1713	0.1694
46.1948	48.7180	236.0029	240.9789	0.2036	46.1948	43.0451	237.1032	240.9789	0.1796
47.5076	51.1465	235.2860	240.7809	0.2140	47.5076	45.4358	236.4551	240.7809	0.1898
48.8261	53.5598	234.5412	240.5789	0.2245	48.8261	47.8428	235.7738	240.5789	0.2002
50.1502	55.8970	233.7846	240.3741	0.2347	50.1502	50.2776	235.0572	240.3741	0.2107
51.4801	58.1728	233.0166	240.1683	0.2447	51.4801	52.6954	234.3160	240.1683	0.2212
52.8159	60.3738	232.2434	239.9625	0.2543	52.8159	55.0798	233.5556	239.9625	0.2316
54.1575	62.4616	231.4789	239.7581	0.2636	54.1575	57.4521	232.7728	239.7581	0.2420
55.5048	64.4599	230.7192	239.5546	0.2724	55.5048	59.7796	231.9759	239.5546	0.2522
56.8580	66.3880	229.9616	239.3527	0.2811	56.8580	62.0532	231.1690	239.3527	0.2622
58.2174	68.2418	229.2095	239.1525	0.2894	58.2174	64.2941	230.3480	239.1525	0.2722
59.5829	70.0244	228.4641	238.9545	0.2974	59.5829	66.5002	229.5147	238.9545	0.2820
60.9545	71.7499	227.7226	238.7585	0.3052	60.9545	68.6715	228.6697	238.7585	0.2917
62.3324	73.4101	226.9900	238.5655	0.3128	62.3324	70.8063	227.8157	238.5655	0.3013
63.7166	75.0143	226.2644	238.3752	0.3201	63.7166	72.9068	226.9523	238.3752	0.3108
65.1070	76.5654	225.5465	238.1879	0.3273	65.1070	74.9757	226.0799	238.1879	0.3202
66.5039	78.0619	224.8385	238.0042	0.3342	66.5039	77.0088	225.2014	238.0042	0.3295
67.5905	79.1879	224.2961	237.8644	0.3394	67.8775	78.9671	224.3352	237.8279	0.3385
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
23.3633	1.0774	243.2056	243.2080	0.0044	67.5905	79.1879	224.2961	237.8644	0.3394
23.3228	1.0271	243.2076	243.2097	0.0042	67.6392	79.2229	224.2771	237.8582	0.3396
23.2677	0.9933	243.2101	243.2121	0.0041	67.6972	79.2409	224.2629	237.8508	0.3396
23.2044	0.9797	243.2128	243.2148	0.0040	67.7584	79.2399	224.2550	237.8430	0.3397
23.1403	0.9880	243.2155	243.2175	0.0041	67.8158	79.2201	224.2543	237.8357	0.3396
23.0826	1.0172	243.2178	243.2199	0.0042	67.8634	79.1835	224.2608	237.8297	0.3394
23.0379	1.0640	243.2194	243.2218	0.0044	67.8959	79.1342	224.2739	237.8255	0.3392
23.0114	1.1231	243.2203	243.2229	0.0046	67.9097	79.0776	224.2920	237.8238	0.3390
23.0060	1.1876	243.2202	243.2231	0.0049	67.9033	79.0198	224.3132	237.8246	0.3387
23.0224	1.2502	243.2192	243.2224	0.0051	67.8775	78.9671	224.3352	237.8279	0.3385

Tableau A.14 NASA Rotor 67 - Section 14

$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)	$x$ (mm)	$y$ (mm)	$z$ (mm)	$R$ (mm)	$\theta$ (rad)
Extrados					Intrados				
24.8634	1.8168	255.5291	255.5356	0.0071	25.2062	1.6608	255.4986	255.5040	0.0065
25.9766	4.5719	255.3885	255.4294	0.0179	25.9766	3.1928	255.4094	255.4294	0.0125
27.1030	7.3341	255.2056	255.3110	0.0287	27.1030	5.4377	255.2531	255.3110	0.0213
28.2239	10.0694	254.9833	255.1820	0.0395	28.2239	7.6951	255.0659	255.1820	0.0302
29.3420	12.7825	254.7216	255.0421	0.0501	29.3420	9.9569	254.8477	255.0421	0.0391
30.4601	15.4725	254.4201	254.8901	0.0607	30.4601	12.2300	254.5965	254.8901	0.0480
31.5778	18.1415	254.0795	254.7263	0.0713	31.5778	14.5166	254.3123	254.7263	0.0570
32.6951	20.7888	253.6994	254.5497	0.0818	32.6951	16.8135	253.9938	254.5497	0.0661
33.8148	23.4214	253.2804	254.3610	0.0922	33.8148	19.1175	253.6416	254.3610	0.0752
34.9375	26.0386	252.8219	254.1592	0.1026	34.9375	21.4382	253.2534	254.1592	0.0844
36.0635	28.6423	252.3241	253.9445	0.1130	36.0635	23.7724	252.8294	253.9445	0.0938
37.1944	31.2267	251.7877	253.7167	0.1234	37.1944	26.1144	252.3692	253.7167	0.1031
38.3314	33.7966	251.2144	253.4776	0.1337	38.3314	28.4737	251.8733	253.4776	0.1126
39.4753	36.3566	250.6050	253.2285	0.1441	39.4753	30.8449	251.3429	253.2285	0.1221
40.6271	38.9113	249.9608	252.9713	0.1544	40.6271	33.2276	250.7796	252.9713	0.1317
41.7870	41.4453	249.2848	252.7066	0.1648	41.7870	35.6238	250.1831	252.7066	0.1414
42.9564	43.9686	248.5774	252.4361	0.1751	42.9564	38.0405	249.5534	252.4361	0.1513
44.1358	46.4857	247.8387	252.1605	0.1854	44.1358	40.4725	248.8913	252.1605	0.1612
45.3252	48.9914	247.0707	251.8811	0.1958	45.3252	42.9167	248.1980	251.8811	0.1712
46.5254	51.4957	246.2730	251.5993	0.2061	46.5254	45.3778	247.4733	251.5993	0.1814
47.7368	53.9933	245.4479	251.3164	0.2165	47.7368	47.8581	246.7175	251.3164	0.1916
48.9591	56.4624	244.6020	251.0341	0.2269	48.9591	50.3475	245.9334	251.0341	0.2019
50.1924	58.9446	243.7273	250.7538	0.2373	50.1924	52.8213	245.1273	250.7538	0.2122
51.4374	61.4205	242.8303	250.4776	0.2477	51.4374	55.3141	244.2936	250.4776	0.2227
52.6933	63.7862	241.9388	250.2060	0.2578	52.6933	57.9131	243.4114	250.2060	0.2336
53.9601	66.0425	241.0558	249.9390	0.2674	53.9601	60.5079	242.5042	249.9390	0.2445
55.2374	68.1978	240.1826	249.6770	0.2767	55.2374	63.0137	241.5944	249.6770	0.2551
56.5253	70.2221	239.3310	249.4203	0.2854	56.5253	65.4795	240.6718	249.4203	0.2656
57.8232	72.1238	238.5022	249.1689	0.2937	57.8232	67.8960	239.7400	249.1689	0.2760
59.1310	73.9280	237.6919	248.9233	0.3015	59.1310	70.2541	238.8036	248.9233	0.2861
60.4486	75.6476	236.8990	248.6839	0.3091	60.4486	72.5497	237.8660	248.6839	0.2960
61.7751	77.2858	236.1240	248.4505	0.3163	61.7751	74.7952	236.9247	248.4505	0.3058
63.1105	78.8528	235.3656	248.2231	0.3233	63.1105	76.9933	235.9804	248.2231	0.3154
64.4543	80.3399	234.6286	248.0022	0.3299	64.4543	79.1423	235.0353	248.0022	0.3248
65.4815	81.4256	234.0812	247.8390	0.3348	65.7794	81.2044	234.1090	247.7926	0.3339
<i>Leading edge</i>					<i>Trailing edge</i>				
25.2062	1.6608	255.4986	255.5040	0.0065	65.4815	81.4256	234.0812	247.8390	0.3348
25.1685	1.6093	255.5025	255.5075	0.0063	65.5306	81.4616	234.0606	247.8313	0.3349
25.1157	1.5735	255.5076	255.5124	0.0062	65.5892	81.4805	234.0443	247.8221	0.3350
25.0540	1.5573	255.5134	255.5181	0.0061	65.6511	81.4803	234.0342	247.8125	0.3350
24.9905	1.5628	255.5192	255.5240	0.0061	65.7097	81.4609	234.0313	247.8034	0.3350
24.9324	1.5892	255.5244	255.5293	0.0062	65.7586	81.4246	234.0359	247.7958	0.3348
24.8865	1.6336	255.5283	255.5335	0.0064	65.7927	81.3751	234.0475	247.7905	0.3346
24.8579	1.6908	255.5305	255.5361	0.0066	65.8083	81.3178	234.0648	247.7881	0.3344
24.8499	1.7543	255.5308	255.5368	0.0069	65.8037	81.2588	234.0861	247.7888	0.3341
24.8634	1.8168	255.5291	255.5356	0.0071	65.7794	81.2044	234.1090	247.7926	0.3339